Ejercicios de Microeconomía II - FCE UBA
Teconología, beneficios y costos

Prof. Gabriel V. Montes-Rojas

Pregunta 1

La función CES (constant elasticity of substitution) fue introducida por primera vez en el artículo Arrow, K.J., H.B. Chenery, B.S. Minhas and R.M. Solow (1961), "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency," *Review of Economics and Statistics* 43(3), 225–250.

Sea una firma una firma con producto y y dos insumos, l (trabajo) y k (capital). Entonces,

$$y = [a_1 l^\rho + a_2 k^\rho]^{1/\rho},$$

con parámetros $a_1 \in \mathbb{R}^+$, $a_2 \in \mathbb{R}^+$ y $\rho \in (-\infty, 1]$.

Considere una economía competitiva con precios $p > 0$, $w > 0$ y $r > 0$ para el producto, el trabajo y el capital, respectivamente.

1.a Derivar las isocuantas analíticamente. Es decir, l como función de k para y fijo. Ahora graficar en un mismo gráfico el caso para $\rho = -\infty$, $\rho = -2$, $\rho = 0$, $\rho = 0.5$ y $\rho = 1$, todo para un mismo valor de y. Comente cómo esta relación depende de a_1 y a_2.

1.b Encontrar el producto marginal (PM) de los dos insumos y la relación técnica de sustitución.

1.c Encontrar las derivadas segundas y formalizar las condiciones para que el conjunto de necesidades de factores sea convexo. Escribir las derivadas cruzadas y evaluar qué pasa con el PM de un factor cuando cambia el otro. ¿De qué depende? Chequear exactamente qué condiciones se necesitan citando Varian (u otro).

1.d Escribir el problema de minimización de costos para un y dado (no hace falta resolverlo todavía). Probar que la firma nunca producirá más que la cantidad y.

1.e Mostrar que para $-\infty < \rho < 1$ un incremento del precio relativo del trabajo con respecto al capital, w/r, deberá reducir el ratio de uso de insumos l/k. ¿Qué pasa cuando $\rho = 1$ y cuando $\rho \to -\infty$?

1.f Asumir que el stock de capital está dado a un nivel $\bar{k}$. Escribir el nuevo problema de minimización de costos para producir y. Obtener la función de demanda $l(y, w, r, \bar{k})$ y la función de costos $c(y, w, r, \bar{k})$.

1.g Mostrar las siguientes propiedades de la función de costos derivada en 1.f.

- No decreciente $\boldsymbol{w}$.
- Homogénea de grado 1 en $\boldsymbol{w}$.
- Cóncava en $\boldsymbol{w}$.
- Continua en $\boldsymbol{w}$.
- Si hay RCE, entonces $c(\boldsymbol{w}, y) = yc(\boldsymbol{w}, 1)$.

1.h Resolver ahora el problema para el largo plazo (para $-\infty < \rho < 1$), es decir, tanto l como k son variables. Chequear que la solución a las funciones de demanda se pueden encontrar con el teorema de la envolvente.

1.i Usando la función de costos $c(y, w, r, \bar{k})$ en 1.f encontrar el costo fijo, el costo variable, el costo promedio (total, variable, fijo) y el costo marginal. Ahora graficar en un mismo gráfico el caso para $\rho = -\infty$, $\rho = -2$, $\rho = 0$, $\rho = 0.5$ y $\rho = 1$, cada una de las curvas.