Ejercicios de Microeconomía II - FCE UBA
Preferencias, utilidad y equilibrio general

Prof. Gabriel V. Montes-Rojas

Pregunta 1: Utilidad Cobb-Douglas

Considere una economía con dos bienes, x_1 y x_2, y una función de utilidad Cobb-Douglas para un ingreso m.

1.a Escribir el problema de maximización de la utilidad. No resolverlo todavía, eso en el punto **1.b**. Argumente formalmente que las preferencias subyacentes a esta utilidad satisfacen monotonicidad estricta y débil, no saciedad local, convexidad estricta y débil, y continuidad.

1.b Derivar las funciones de demanda, $x_1(p_1, p_2, m)$, $x_2(p_1, p_2, m)$, la función de utilidad indirecta, $v(p_1, p_2, m)$, y la función de gasto, $e(p_1, p_2, u)$.

1.c Usar los resultados de **1.b** para mostrar que se cumple la identidad de Roy y la ecuación de Slutsky.

1.d Suponga ahora un mercado con dos individuos (A,B), ambos con utilidades Cobb-Douglas (no necesariamente iguales). Derivar la función de demanda agregada de los dos bienes y mostrar que se puede expresar como función de los precios relativos y la suma ponderada de los ingresos monetarios. ¿Bajo qué condiciones la demanda agregada no depende de la distribución del ingreso?

1.e Asuma ahora un modelo con dos consumidores como en **1.d**, donde cada uno tiene dotaciones iniciales positivas de ambos bienes. La cantidad agregada de dotaciones es (y_1, y_2) para los dos bienes. Encuentre la curva de contrato. Argumente que para cada punto sobre esa curva existe un equilibrio competitivo que tiene como solución el mismo.

1.f Encuentre el equilibrio de Walras si el individuo A tiene el 10% del total de los dos bienes como dotaciones, y el otro tiene el restante 90%, mientras que el individuo B gasta el 10% de su ingreso en el bien 1, y el individuo B gasta siempre 50% en cada bien. También hay el doble de unidades del bien 1 que del 2.

Pregunta 2

1. Suponga una economía de producción con dos productos (y_1 e y_2) y dos insumos (x_1 y x_2). La cantidad de los insumos está fija, ($\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$). Suponga un conjunto de posibilidades de producción del tipo $(y_1, y_2, -x_1, -x_2) \in \mathbb{R}^4_+$, donde $y_1 = f_1(x_{11}, x_{12}) = A_1 x_{11}^a x_{12}^b$, $a, b > 0$, $y_2 = f_2(x_{21}, x_{22}) = A_2 x_{21}^c x_{22}^d$, $c, d > 0$, son las funciones de producción de cada bien. Construir el conjunto de cantidades de factores $V(y_1, y_2)$ y la frontera de producción. Graficar la frontera de producción en el plano (y_1, y_2). ¿Qué caracteriza la curva en el plano (y_1, y_2)? En particular determinar condiciones para que la curva tenga pendiente negativa y sea cóncava/convexa.

2. Asumamos ahora dos individuos A y B, con funciones de utilidad Cobb-Douglas, $u_A(y_{A1}, y_{A2}) = y_{A1}^{\alpha} y_{A2}^{1-\alpha}$, con $\alpha > 0$ y $u_B(y_{B1}, y_{B2}) = y_{B1}^{\beta} y_{B2}^{1-\beta}$, con $\beta > 0$. Suponga también una función de bienestar social que pondera a los dos individuos por igual. Evalúe qué forma tienen las curvas de indiferencias sociales. ¿Cómo dependen de α y β?

3. Elija unos valores para A_1, A_2, a, b para que la frontera de producción sea cóncava al origen. Elija también valores para $\alpha \neq \beta$. Encuentre el óptimo social (y_1^* e y_2^*). Si no lo puede resolver analíticamente resuélvalo en forma intuitiva, explicando con gráficos.

4. En base a la teoría que vimos en el curso, ¿qué mecanismo de mercado se podría usar para llegar a este óptimo?

Nota: Si asumimos que (x_1, x_2) es el total disponible de los factores, tal que $x_{1j} + x_{2j} \leq \bar{x}_j$, $j = 1, 2$, tenemos 4 ecuaciones (2 func.prod., 2 suma uso de factores) y 6 incógnitas $(y_1, y_2, x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22})$. La condición adicional sale por usar $RTS_1 = \frac{ax_{12}}{bx_{11}}$ y $RTS_2 = \frac{cx_{22}}{dx_{21}}$. Pensar en una Caja de Edgeworth con isocuantas.