Externalidades y bienes públicos

Gabriel Montes-Rojas
Universidad de Buenos Aires
Email: gabriel.montes@fce.uba.ar
Web: http://gabrielmontes.com.ar

Externalidades

- Una externalidad es el efecto directo que causa una acción agente sobre otro. No a través de los precios, sino a través de la acción misma.[1]
- Externalidad de consumo (afecta directamente la utilidad) vs. externalidad de producción (afecta el conjunto de posibilidades de producción).
- Puede haber externalidades cruzadas.
- Los modelos de equilibrio en general asumen que los consumidores solo se interesan por su propio consumo (self-interested).

[1] Viner (1931) llama *externalidad pecuniaria* a los efectos a través de los precios.

Externalidades de producción

- Supongamos dos firmas 1 y 2.
- Firma 1: $\pi_1 = \max_x px - c(x)$.
- Firma 2: $\pi_2 = -e(x)$. ($e(.)$ es una función de costos.)
- La solución Pareto eficiente consiste en $\max_x px - c(x) - e(x)$, es decir maximizar los beneficios agregados.
- La producción eficiente es con $p = c'(x^*) + e'(x^*)$. Acá se internaliza el efecto.
- En equilibrio competitivo, $p = c'(x_q)$. Esto tiene en cuenta solo los costos privados, no los sociales, $c(x_q) + e(x_q)$.

Externalidades de producción

Impuestos pigouvianos

- Supongamos un impuesto a la producción.
- Firma 1: $\pi_1 = \max_x px - c(x) - tx$.
- Firma 2: $\pi_2 = -e(x)$.
- En equilibrio, $p = c'(x^*) + t$ y podemos poner $t = e'(x^*)$. Esta solución se debe a Pigou.
- Notar que esto no se logra con un impuesto de suma fija (transferencia), $\pi_1 = \max_x px - c(x) - T$ porque las decisiones marginales no cambian.

Externalidades de producción

Mercados faltantes

- El problema lo podemos ver como de mercados que no son tenidos en cuenta. Ej: polución.
- Firma 1: $\pi_1 = \max_{x_1} px_1 - c(x_1) + rx_1$.
- Firma 2: $\pi_2 = -rx_2 - e(x_2)$.
- CPO, $p + r = c'(x_1)$ y $-r = e(x_2)$.
- En equilibrio $x_1 = x_2$, con $r < 0$.

Externalidades de producción

Mercados faltantes

- Un modelo más general permite que la externalidad no aparezca solamente de forma lineal.
- Firma 1: $\pi_1 = \max_{x,y_1} px - c(x, y_1) + ry_1$.
- Firma 2: $\pi_2 = -ry_2 - e(y_2)$.
- CPO, $p = \frac{\partial c(x,y_1)}{\partial x}$, $r = \frac{\partial c(x,y_1)}{\partial y_1}$, $-r = \frac{\partial e(y_2)}{\partial y_2}$.
- En equilibrio $y_1 = y_2$.

Externalidades de consumo

- Supongamos este problema agregado de dos consumidores donde el consumo del bien x produce una externalidad en el otro consumidor, mientras que el consumo del bien y no.
- $\max_{x_i, y_i} a_1 u(x_1, x_2, y_1) + a_2 u(x_1, x_2, y_2)$ s.a. $x_1 + x_2 = \bar{x}$, $y_1 + y_2 = \bar{y}$.
- CPO:

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = \lambda$$

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \lambda$$

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial y_1} = \mu$$

$$a_2 \frac{\partial u_2}{\partial y_2} = \mu$$

- La solución implica que

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} = \lambda/\mu$$

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} = \lambda/\mu$$

Externalidades de consumo

- En un equilibrio competitivo, para $i = 1, 2$, $\max_{x_i, y_i} u(x_i, x_{-i}, y_i)$ s.a. $p_x x_i + p_y y_i = w_i$, donde x_{-i} es el consumo del otro.
- CPO para $i = 1, 2$:

$$\frac{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial u_i}{\partial y_i}} = p_x / p_y$$

- Notar que a menos que $\frac{\partial u_i}{\partial x_{-i}} = 0$ la solución no coincide con el óptimo de Pareto.

Externalidades de consumo

- Supongamos que $u_1(x_1, x_2, y_1)$ pero $u_2(x_2, y_2)$, es decir, el consumidor 2 afecta a 1 pero no al revés. Usemos $p_y = 1$.
- CPO de Pareto y equilibrio competitivo:

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} = \lambda/\mu = p_x$$

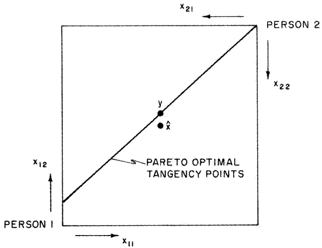
$$\frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} = \lambda/\mu - \frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} = p_x + t_x$$

- Entonces la solución de un impuesto pigouviano implica que el consumidor 2 pague/reciba un impuesto/subsidio a su consumo, es decir, su restricción de presupuesto es $(p_x + t_x)x_2 + y_2 = w_2$.
- Notar que si $\frac{\partial u_1}{\partial x_2} > 0$ entonces $t_x < 0$ (externalidad positiva del consumo en el otro) y viceversa (externalidad negativa del consumo del otro).

Externalidades de consumo

Ejemplo de Feldman y Serrano (p.146)

- $u_1(\boldsymbol{x}) = x_{11}x_{12} + x_{21}$, $\boldsymbol{\omega}_1 = (10, 0)$.
- $u_2(\boldsymbol{x}) = x_{21}x_{22}$, $\boldsymbol{\omega}_2 = (0, 10)$.
- TMS del individuo 1, considerando su impacto en 2, $u_1(\boldsymbol{x}) = x_{11}x_{12} + (10 - x_{11})$.: $TMS_1 = \frac{x_{12}-1}{x_{11}}$. TMS del individuo 2: $TMS_2 = \frac{x_{22}}{x_{21}}$.
- Los puntos de tangencia para Pareto: $\frac{x_{12}-1}{x_{11}} = \frac{x_{22}}{x_{21}} = \frac{10-x_{12}}{10-x_{11}}$. Entonces, despejando $x_{12} = 1 + \frac{1}{9}x_{11}$.
- Para equilibrio competitivo, no se tiene en cuenta el efecto sobre el otro individuo, $\boldsymbol{p} = (1, 1)$, $\bar{x}_i = (5, 5)$, $i = 1, 2$.



Bienes públicos

- Un bien es **excluible** si es posible excluir de su consumo a una persona.
- Un bien es **rival** si su consumo por parte de un individuo excluye lo que pueden disponer los demás.
- Los bienes que no son excluibles ni rivales se denominan **bienes públicos**.

Bienes públicos

- Supongamos 2 agentes. Cada agente aporta g_i, tal que el bien público producido es $G = f(g_1 + g_2)$. Las utilidades son $U_i(f(G), x_i)$. También lo podemos escribir como $u_i(G, x_i)$ dada la monotonicidad de f. Si también asumimos dotaciones, entonces $u_i(G, \omega_i - g_i)$.
- La eficiencia se logra con $\max_{g_1, g_2} a_1 u_1(g_1 + g_2, \omega_1 - g_1) + a_2 u_2(g_1 + g_2, \omega_2 - g_2)$.
- CPO:

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial G} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial G} = a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1}$$

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial G} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial G} = a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2}$$

- Entonces, $a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2}$. También,

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial G}}{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial G}}{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}} = TMS_1 + TMS_2 = 1$$

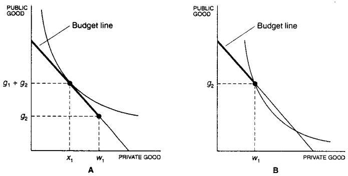
- La suma de las disposiciones marginales a pagar es igual al coste marginal.
- Ejemplo: Si $u_i(G, x_i) = a_i lnG + lnx_i$, entonces $\frac{a_1 x_1}{G} + \frac{a_2 x_2}{G} = 1$ o $G = a_1 x_1 + a_2 x_2$. Esto debe considerarse en conjunto con $x_1 + x_2 + G = \omega$.

Bienes públicos

- Una simplificación útil es asumir que las utilidades son cualinineales, tal que $u_i(G, x_i) = v_i(G) + x_i$, $i = 1, 2$. En este caso, $v_1(G) + v_2(G) = 1$ es la condición de eficiencia.
- Ejemplo: Si $u_i(G, x_i) = b_i lnG + x_i$, entonces $\frac{b_1}{G} + \frac{b_2}{G} = 1$ o $G = b_1 + b_2$. Esto debe considerarse en conjunto con $x_1 + x_2 + G = \omega$.

Bienes públicos

- Supongamos ahora el problema de la provisión privada: $\max_{g_1} u_1(g_1+g_2, w_1-g_1)$ s.a. $g_1 \geq 0$. Se asume que g_2 está dado.
- CPO, Kuhn-Tucker: $\frac{\partial u_1}{\partial G} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \leq 0$, donde la igualdad se cumple si $g_1 > 0$. Otra forma de verlo es $\frac{\frac{\partial u_1}{\partial G}}{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}} \leq 1$. Entonces, si el costo marginal es igual a la TMS, $g_1 > 0$, sino $g_1 = 0$.
- En este problema tenemos que las dotaciones del individuo son (w_1, g_2).



Private provision of a public good. In panel *A*, agent 1 is contributing a positive amount. In panel *B*, agent 1 finds it optimal to free ride on agent 2's contribution.

Bienes públicos

- Supongamos ahora la solución simultánea de los dos agentes, resolviendo un equilibrio de Nash.
- $\max_{G,x_1} u_1(G, w_1 - g_1)$ s.a. $G + x_1 = w_1 + g_2$ y $G \geq g_2$. Entonces podemos escribir la solución de $G = f_1(w_1 + g_2)$, la función de reacción del agente 1.
- Entonces, $G = max(f_1(w_1 + g_2), g_2)$, o $g_1 = max(f_1(w_1 + g_2) - g_2, 0)$.
- El eq. de Nash es la solución a

$$g_1^* = max(f_1(w_1 + g_2^*) - g_2^*, 0)$$

$$g_2^* = max(f_2(w_2 + g_1^*) - g_1^*, 0)$$

- Asumiendo Cobb-Douglas,

$$g_1^* = max(\frac{a_1}{1 + a_1}(w_1 + g_2^*) - g_2^*, 0)$$

$$g_2^* = max(\frac{a_2}{1 + a_2}(w_2 + g_1^*) - g_1^*, 0)$$

- Si asumimos cualilinear,

$$v_1'(g_1^* + g_2^*) \leq 1$$

$$v_2'(g_1^* + g_2^*) \leq 1$$

  Dado que en general $u_1 \neq u_2$, solo una de las igualdades puede satisfacerse. Ej., si $u_1'(G) > u_2'(G)$ para todo G, entonces $g_1^* = G^* > 0$ y $g_2^* = 0$.
- En el ejemplo anterior, $\frac{b_1}{G} \leq 1$, $\frac{b_2}{G} \leq 1$. Entonces $G^* = max\{b_1, b_2\}$.