

IX JORNADAS DE ECONOMÍA CRÍTICA

XI COLOQUIO de la SEPLA

25, 26 y 27 de agosto de 2016 // UNC // Córdoba, Argentina



Análisis crítico del concepto de “agente representativo” y su uso en la Macroeconomía

Julio Eduardo Fabris



Análisis crítico del concepto de “agente representativo” y su uso en la Macroeconomía

Autor: Julio Eduardo Fabris ¹

Consumidor representativo – Microfundamentos – Modelos Macroeconómicos

Resumen

Cuando se pasa de la demanda individual a la demanda de mercado, muchas veces se postula la existencia de un “consumidor representativo”. Éste, con una renta igual a la suma de las rentas de la población representada, actúa obedeciendo las reglas de la teoría microeconómica, guiado por una función de utilidad agregada, que sería representativa de las preferencias sociales.

Este recurso al “consumidor representativo” es necesario para poder “exportar” las leyes de la microeconomía al análisis macroeconómico, y tuvo su auge con el surgimiento de la llamada “Nueva Macroeconomía Clásica” (NMC), en ocasión de la crisis de la escuela keynesiana a finales de los años 70 del siglo pasado. Denominado “microfundamentación de la Macroeconomía” ha sido integrado en el bagaje de la corriente sucesora de la NMC, la llamada Macroeconomía Neokeynesiana (MNK), constituida, para algunos, en la nueva corriente principal.

Desde su postulación inicial, el concepto del “consumidor representativo” enfrentó problemas lógicos e instrumentales. Sin embargo no por esa razón ha dejado de utilizarse, no sólo en modelos diseñados para el análisis de impacto de políticas, sin también en la teoría del crecimiento y en la del comercio internacional.

Este trabajo intenta presentar el concepto de “consumidor representativo”, sus usos y los cuestionamientos recibidos, así como resaltar la importancia de la

¹ Instituto de Investigaciones Económicas – Facultad de Ciencias Económicas – Universidad de Buenos Aires - Jfabris88@yahoo.com.ar

crítica interna de los conceptos de la teoría economía tradicional, como una vía para la superación de la misma.

I _ Introducción

El enfoque microeconómico postula que cada consumidor posee preferencias por el consumo de diferentes bienes, que se suponen fijas en el corto plazo y se modelan con las llamadas curvas de indiferencia. Estas preferencias determinan su conducta y son la base de toda la teoría. Cuando se pasa de la demanda individual a la demanda de mercado, muchas veces se postula la existencia de un "consumidor representativo". Éste, con una renta igual a la suma de las rentas de la población representada, actúa obedeciendo las reglas de la teoría microeconómica, guiado por una función de utilidad agregada, que sería representativa de las preferencias sociales.

Este recurso a un agente representativo (en este caso consumidor) es necesario para poder "exportar" las leyes de la microeconomía al análisis macroeconómico, y tuvo su auge con el surgimiento de la llamada "Nueva Macroeconomía Clásica" (NMC), en ocasión de la crisis de la escuela keynesiana a finales de los años 70 del siglo pasado.

Desde su postulación inicial a fines del siglo XIX, el concepto de "agente representativo" enfrentó problemas lógicos e instrumentales. Sin embargo no por esa razón ha dejado de utilizarse, no sólo en modelos diseñados para el análisis de impacto de políticas, sino también en la teoría del crecimiento y en la del comercio internacional.

Este trabajo intenta presentar el concepto de "consumidor representativo", sus usos y los cuestionamientos recibidos, así como resaltar la importancia de la crítica interna de los conceptos de la teoría economía tradicional, como una vía para la superación de la misma.

II _ El concepto de consumidor representativo

A partir de la revolución keynesiana en economía, presentada usualmente como el nacimiento de la Macroeconomía, aunque también puede verse como una vuelta a la *Political Economy* de la Escuela Clásica Inglesa, la mayoría de los modelos macroeconómicos estuvieron basados en hipótesis acerca de las relaciones entre cantidades agregadas, tales como la producción, el empleo, el consumo, y la inversión, sin tomar en cuenta las relaciones entre empresas e individuos en los mercados que habían sido teorizados con base en la teoría marginalista, que había sido el enfoque privilegiado a partir del último cuarto del siglo XIX, y que paulatinamente fue denominándose Microeconomía.

Este abandono de la Microeconomía o en todo caso la falta de una teoría unificada de los fenómenos económicos, intentó luego remediarse a partir de la llamada Síntesis Neoclásica, que buscaba encontrar justificaciones microeconómicas a las relaciones entre los conceptos macroeconómicos. Así los textos de Macroeconomía, luego de presentar las relaciones y los conceptos surgidos del análisis keynesiano, intentaban relacionar dicha primera parte con análisis microeconómicos que fueran compatibles con los comportamientos agregados descriptos.

Algunos de estos análisis microeconómicos eran, sin embargo inconsistentes con los comportamientos de las variables agregadas. Un ejemplo paradigmático era la "hipótesis del ingreso permanente" desarrollada por Friedman.

Sin embargo estas críticas teóricas no mellaron la preeminencia del análisis keynesiano hasta que circunstancias ajenas al ámbito académico cuestionaron su continuidad. Estas fueron esencialmente debidas a los problemas de estancamiento con inflación en la década de los 70 del siglo pasado, que se manifestaron a partir de la crisis del petróleo y la emisión descontrolada de los llamados "petrodólares". Probablemente el fenómeno inflacionario en este caso fue desatado por la política monetaria aconsejada por los asesores keynesianos, pero el estancamiento se debía más seguramente a la declinación de la tasa de ganancia de las empresas de los países

desarrollados. La solución encontrada por la clase dominante fue la implementación de políticas destinadas a liberar nuevos mercados para el aprovechamiento del capital, a partir de privatizaciones, desregulación de mercados y el ataque al llamado "estado de bienestar" cuyo despliegue coincidió con el del enfoque keynesiano.

En la academia, sin embargo, ese cuestionamiento tuvo su correlato en el recrudescimiento de la crítica al enfoque keynesiano, de la mano de los discípulos de los viejos monetaristas (Friedman, Becker y la escuela de Chicago en general). El punto de quiebre podría situarse en la publicación del trabajo de Robert Lucas (1976) en el cual el futuro premio Nobel sugería que los parámetros de los modelos macroeconómicos no podían ser invariables frente a los cambios de política económica, sino que necesariamente cambiarían al modificarse las mismas. De esta crítica se desprende que los modelos económicos deberían estar basados en los llamados "parámetros profundos" o sea en las preferencias, la tecnología y las restricciones de recursos.

La forma de implementar modelos macroeconómicos que respondieran a los preceptos de la Microeconomía llevó a los proponentes del nuevo enfoque, denominado Nueva Macroeconomía Clásica (NMC) a apelar al concepto del consumidor representativo. Como idea este concepto ya había nacido en el siglo XIX. Por ejemplo estaba en la forma de pensar de John Stuart Mill cuando decía:

"Los seres humanos en sociedad no tienen otras propiedades que aquellas que se derivan, y pueden ser resueltas dentro, de las leyes de la naturaleza del hombre individual. En los fenómenos sociales, la Composición de Causas es la ley universal"²

Puede pensarse que esta fue también la característica forma de pensar de los participantes de la economía marginalista. Por ejemplo Jevons pensaba que:

² Citado por Rizvi (1994). Traducción nuestra

“La forma general de las leyes de la economía es la misma en el caso de los individuos y las naciones”³

Como otro ejemplo, en Valor y Capital de Hicks, una obra prekeynesiana del autor, aunque fue publicada después de la aparición de Teoría General de Keynes, éste afirmaba que el pasaje del individuo o firma al conjunto se realizaba:

“...utilizando el simple principio ... que la conducta de un grupo de individuos, o un grupo de firmas, obedece las mismas leyes que rigen la conducta de una simple unidad”⁴

En principio el concepto del consumidor representativo afirma que la conducta agregada de los consumidores puede representarse por medio de un único consumidor que administre la renta total de la sociedad y se comporte frente a los cambios en los precios de acuerdo a una función de utilidad surgida de las preferencias de los consumidores que representa. Esto permite construir de forma simple modelos macroeconómicos con base en los conceptos de la microeconomía. De esta forma se estaría evitando el problema planteado por la crítica de Lucas a la variabilidad de los parámetros agregados, ya que el modelo estaría anclado en las preferencias de los consumidores, cuya estructura se considera invariable a los cambios en los precios.

A su vez esto permite edificar todo un edificio teórico de una Macroeconomía basada en la Microeconomía (NMC), dejando de lado las construcciones *ad hoc* de la Macroeconomía Keynesiana.

La mencionada NMC se convirtió en la corriente principal de la macroeconomía durante el último cuarto del siglo XX e impuso en los estudios macroeconómicos esencialmente tres principios: la microfundamentación, el análisis intertemporal y las expectativas racionales.

Los tres postulados tuvieron suerte diversa al cesar la hegemonía de esta corriente, con el advenimiento del nuevo siglo y las reiteradas crisis provocadas por la aplicación de las políticas sugeridas por ella.

³ Ibidem

⁴ Ibidem

Las expectativas racionales fueron desechadas ante las evidencias de imprevisión y miopía que caracterizaron a las sucesivas crisis, siendo reemplazadas por supuestos más realistas como el de racionalidad acotada.

El análisis intertemporal perdura en alguna de sus formas, como por ejemplo en los análisis de consistencia intertemporal de las políticas, pero la idea de una fluctuación óptima del empleo ha sido completamente abandonada.

El supuesto de microfundamentación ha tenido mejor suerte y ha sido integrado en el bagaje de la corriente sucesora de la NMC, la llamada Macroeconomía Neokeynesiana (MNK), constituida, para algunos, en la nueva corriente principal. Es decir que la microfundamentación parece haber llegado para quedarse.

En los libros de texto elementales de Economía, el artificio del consumidor representativo se presenta como una técnica conveniente, basada en supuestos restrictivos, pero útil. Por ejemplo Varian (1999)

“Dado que la demanda de cada bien por parte de cada individuo depende de los precios y su renta, la demanda agregada depende por lo general, de los precios y de la *distribución* de las rentas. Sin embargo, a veces es útil concebir la demanda agregada como la demanda de un “consumidor representativo” que tiene una renta que es la suma de las rentas de todos los individuos. Las condiciones en que puede utilizarse este supuesto son bastante restrictivas, y su análisis detallado está fuera del alcance de este libro”

En los textos avanzados (para maestrías y doctorados) el tema se desarrolla un poco más en extenso, por ejemplo indicando los supuestos necesarios sobre la función de utilidad para que el artificio sea formalmente correcto. Sin embargo no se hace una evaluación de qué tan realista sería sostener dichos supuestos. Por ejemplo Varian (1992):

“Sin embargo, en ciertos casos, parece que la conducta agregada puede lucir como si esta fueran generada por un único “consumidor representativo”.

Y a continuación cita el caso de las preferencias homotéticas y las preferencias cuasilineales, como casos especiales de las condiciones indicadas en el trabajo de Gorman (1953) para la agregación de las preferencias.

En el próximo apartado intentaremos ampliar acerca de los problemas teóricos del concepto, mostrando que su relevancia empírica es nula, lo cual nos llevará a preguntarnos por la asombrosa supervivencia del concepto.

III _ Problemas teóricos del concepto de consumidor representativo

Para comenzar con el análisis nos haremos la siguiente pregunta : Dada una función de utilidad bien comportada (racional y regular) ⁵ ... ¿ se trasladan dichas propiedades a las funciones de demanda del mercado ?.

Si esto se cumpliera podríamos afirmar dos hipótesis:

1) La demanda agregada de los individuos puede manejarse como si existiera un "consumidor representativo" y por tanto son de aplicación los resultados de la microeconomía en la macroeconomía (microfundamentos de la macroeconomía)

2) El cumplimiento de los supuestos de racionalidad y regularidad en las preferencias de los participantes del mercado garantiza la existencia de un equilibrio único en el intercambio.

Comenzaremos con el análisis de la primera hipótesis. Las condiciones para la agregación de las preferencias han sido estudiadas desde hace mucho tiempo y uno de los primeros resultados se debe a Antonelli (1952), luego obtenidos en forma independiente por Gorman (1953) y Nataf (1954) ⁶

⁵ En lo que sigue supondremos que el lector tiene una preparación básica sobre teoría neoclásica de los precios, tal como usualmente se consigue en los cursos de Microeconomía de las Licenciaturas en Economía.

⁶ Los resultados expuestos en este párrafo se basan en Shafer y Sonnenschein (1982)

Teorema 1

Una función de demanda de mercado $X_i = \sum_j x_i^j$ donde i es el índice del producto y j es el índice del individuo es independiente de la distribución del ingreso y funciona como la demanda de un único consumidor si y sólo si las x_i^j derivan todas de una misma función de preferencias $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ homotética.

Este teorema parecería autorizar la estrategia del consumidor representativo. Sin embargo la exigencia de funciones de preferencia iguales para todos los consumidores evidentemente resulta de nula relevancia empírica. Uno de los desafíos del consumidor representativo es poder subsumir la diversidad de los consumidores en una única función. Si para hacerlo debemos regimentar las mismas a ser todas iguales, la solución no es válida.

Por otra parte vemos que las funciones deben ser además homotéticas. Para profundizar más en este requerimiento recordemos que una función homotética es aquella que se deriva de una función homogénea de grado 1.

Una función de utilidad homogénea de grado 1 (también denominada linealmente homogénea) es aquella que cumple con:

$$u(kx_1, kx_2) = k u(x_1, x_2)$$

Donde k es un escalar positivo y mayor que 1 y los x_i son las cantidades de cada bien, que funcionan como argumentos de la función (la reducción a dos bienes se realiza por conveniencia y los resultados no dependen de este supuesto).

Si la función es linealmente homogénea, se cumple que sus derivadas son homogéneas de grado 0 y por lo tanto se verificará también que la relación marginal de sustitución (RMS) entre los bienes, o sea la proporción del intercambio a la que es indiferente la adquisición de uno u otro bien (puede pensarse como un "precio" subjetivo) será invariante a cambios proporcionales en el consumo.

$$RMS = \frac{u_1'(kx_1, kx_2)}{u_2'(kx_1, kx_2)} = \frac{u_1'(x_1, x_2)}{u_2'(x_1, x_2)}$$

Dada la estructura ordinal de las preferencias, esta propiedad se traslada a toda otra función que, aún sin ser homogénea, provenga de **una transformación monótona creciente** de una función homogénea. Este nuevo grupo de funciones se denomina: **funciones homotéticas**.

Si una función de utilidad es homotética, su RMS depende de las cantidades relativas de los bienes y no de las absolutas.

Por lo tanto, bajo preferencias **homotéticas** :

- Si cambia la **renta** , pero no cambian los **precios**, los consumos de cada bien **mantienen sus proporciones relativas**
- Permite independizar el análisis del nivel de renta de los consumidores.
- Bajo preferencias **homotéticas** : A precios dados, si se duplica la renta de un individuo, simplemente se duplica la cantidad consumida de cada bien

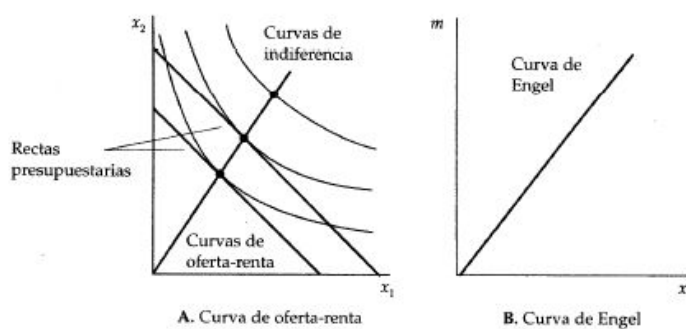


Figura. 6.7. Preferencias homotéticas. La curva de oferta-renta (A) y la curva de Engel (B) cuando las preferencias son homotéticas.

Figura 1. Preferencias homotéticas . Varian (1999)

Ejemplo 1: Preferencias homotéticas iguales

$$u(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^3 \quad x_1^i = \frac{2 m_i}{5 p_1}$$

$$X_1 = \frac{2 m_1}{5 p_1} + \frac{2 m_2}{5 p_1} + \dots + \frac{2 m_3}{5 p_1} = \frac{2 \sum_i m_i}{5 p_1} = \frac{2 M}{5 p_1} \quad \text{con} \quad M = \sum_i m_i$$

Si otra distribución de rentas $(m'_1, m'_2, \dots, m'_n)$ cumple con $M = \sum_i m'_i$, la demanda agregada X_1 no cambia.

Esta homoteticidad es una propiedad muy conveniente para los trabajos estadísticos empíricos ya que permite independizar el análisis del nivel de renta de los consumidores. Es decir, si se tiene los datos de los consumos de un individuo a precios dados y se necesitara saber cuanto consumiría este individuo de cada bien si ganara el doble (a los mismos precios), la respuesta es que simplemente duplicaría la cantidad consumida de cada bien. Sin embargo, esta propiedad no se verifica en la realidad. Desde los trabajos pioneros de Engel, a mediados del siglo XIX se sabe que la proporción de gastos en alimentos, por ejemplo, disminuye con el aumento de la renta.

$$\text{Ley de Engel} \quad \frac{\partial x_i}{\partial m} < 0$$

Estos estudios dieron lugar a una vasta literatura sobre bienes necesarios y bienes suntuarios, que ha sido ampliamente aceptada en los estudios empíricos (por ejemplo, en el cálculo de la canasta básica del INDEC se utiliza el coeficiente de Engel, que se calcula como la relación Gasto en alimentos/Gasto total).

En el caso de los economistas específicamente dedicados a los estudios empíricos, el problema no podría en principio eludirse, sin embargo la mayoría de los trabajos que se publican adoptan funciones homotéticas, generalmente funciones de elasticidad de sustitución constante (CES) basándose en la facilidad de su estimación econométrica.

En el caso de los economistas teóricos el caso es aún peor, la absoluta mayoría se maneja casi exclusivamente con una colección de funciones de utilidad homotéticas (sustitutos perfectos, complementarios perfectos, Cobb – Douglas, CES, etc.) fundamentando dicha elección en la sencillez de los cálculos y derivaciones.

Cuando esto se traslada a los modelos macroeconómicos, utilizando la ficción del consumidor representativo, las conclusiones a las que se arriba carecen de todo rigor y pertinencia.

Mostraremos, para abundar en el caso del Teorema 1 los contraejemplos que surgen del incumplimiento de los supuestos del mismo.

Contraejemplo 1a _ Preferencias no homotéticas iguales

Si las preferencias son no homotéticas como en el caso consignado más abajo, las funciones de demanda aplicadas individualmente x^j_i , resultan en una distribución agregada que cambia cuando cambia la distribución de la renta, haciendo imposible encontrar una función que oficie de función de demanda agregada.

$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2 + x_2 \quad x_1^i = \frac{1}{2} \left(\frac{m_i}{p_1} - 1 \right) \quad x_2^i = \frac{p_1^* (x_1 + 1)}{p_2}$$

$$p_1 = p_2 = 1 \quad m_1 = m_2 = 1 \quad \left\{ \begin{array}{ll} x_1^1 = 0 & x_2^1 = 1 \\ x_1^2 = 0 & x_2^2 = 1 \\ \sum x_1^j = 0 & \sum x_2^j = 2 \end{array} \right.$$

$$p_1 = p_2 = 1 \quad m_1 = 2, \quad m_2 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{ll} x_1^1 = 0.5 & x_2^1 = 1.5 \\ x_1^2 = 0 & x_2^2 = 0 \\ \sum x_1^j = 0.5 & \sum x_2^j = 1.5 \end{array} \right.$$

Contraejemplo 1b _ Preferencias homotéticas distintas

Suponemos por simplicidad preferencias Cobb-Douglas diferentes $u^j(x_1, x_2) = x_j$ que en el caso de dos bienes resultan:

$$u^1(x_1, x_2) = x_1 \quad u^2(x_1, x_2) = x_2$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_1^1 = \frac{m_1}{p_1} & x_2^1 = 0 \\ x_1^2 = 0 & x_2^2 = \frac{m_2}{p_2} \\ X_1 = \frac{m_1}{p_1} & X_2 = \frac{m_2}{p_2} \end{array} \right.$$

Como puede verse, dado que cada consumidor gasta toda su renta en un bien diferente, la demanda agregada depende completamente de la distribución de la renta entre ambos. Tampoco en este caso es posible encontrar una función que oficie de función de demanda agregada.

Una salida para las fuertes restricciones impuestas por el Teorema 1 surge a partir de los trabajos de Eisenberg (1961) y Chipman y Moore (1979). Lo que ellos buscaron fue permitir la diversidad en las funciones de utilidad, aunque manteniendo la condición de homoteticidad de las mismas.

Teorema 2

Si las preferencias de cada agente pueden ser representadas por una función de utilidad homogénea de grado 1 y las participaciones del ingreso son fijas entonces la demanda de mercado estará generada por una función de utilidad agregada homogénea de grado 1.

$$\text{Requisitos: } \begin{cases} \lambda u^i(x_1, x_2, \dots, x_n) = u^i(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) \\ m_i = \delta_i M \text{ con } \sum_i \delta_i = 1 \end{cases}$$

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = \max \prod_{i=1}^n [u^i(x_1, x_2, \dots, x_n)]^{\delta_i}$$

$$\text{s.a. } \sum_j x_i^j = X_i$$

En este caso un requisito existente en el Teorema 1 (la igualdad de las funciones de utilidad) se reemplaza por otro (las participaciones en el ingreso deben ser fijas). El supuesto que se agrega no resulta tan chocante en el caso del análisis de las funciones de demanda agregada, sin embargo en un enfoque de equilibrio general (que sería el caso mas adecuado para utilizar los conceptos microeconómicos en un contexto macroeconómico) al variar los precios de los bienes, cambia el valor de las dotaciones, que funcionan en este caso como una renta virtual.

Mostramos dos ejemplos del cumplimiento de Teorema 2

Ejemplo 2

Analizaremos el caso de dos funciones Cobb-Douglas con coeficientes distintos. En este caso la función de demanda agregada se obtiene como el producto de ambas funciones individuales (una vez normalizadas de modo tal que los exponentes sumen 1), elevadas cada una a un exponente igual a su participación en la renta total.

$$u^1(x_1, x_2) = x_1^{0,4} x_2^{0,6} \quad u^2(x_1, x_2) = x_1^{0,2} x_2^{0,8}$$

O sea:

$$u^1(x_1, x_2) = x_1^{0,4} x_2^{0,6} \quad u^2(x_1, x_2) = x_1^{0,2} x_2^{0,8} \quad \text{y}$$

$$m_1 = 0,3M \quad m_2 = 0,7M$$

Finalmente la función de utilidad agregada se obtiene como:

$$U(x_1, x_2) = (x_1^{0,4} x_2^{0,6})^{0,3} (x_1^{0,2} x_2^{0,8})^{0,7} = x_1^{0,26} x_2^{0,74}$$

Para completar mostramos un ejemplo numérico:

Si tomamos $p_1 = 2$ $p_2 = 4$ $M = 1200$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1^1 = \frac{0,4 \cdot (0,3 \cdot 1.200)}{2} = 72 \\ x_1^2 = \frac{0,2 \cdot (0,7 \cdot 1.200)}{2} = 84 \\ \sum x_1^j = 72 + 84 = 156 \\ X_1 = \frac{0,26 \cdot 1.200}{2} = 156 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_2^1 = \frac{0,6 \cdot (0,3 \cdot 1.200)}{4} = 54 \\ x_2^2 = \frac{0,8 \cdot (0,7 \cdot 1.200)}{4} = 168 \\ \sum x_2^j = 54 + 168 = 222 \\ X_2 = \frac{0,74 \cdot 1.200}{4} = 222 \end{array} \right.$$

Si bien en el caso de preferencias homotéticas en general la prueba del teorema es más dificultosa, en el caso de las preferencias Cobb-Douglas puede tenerse una intuición adecuada considerando las demandas individuales correspondientes y teniendo en cuenta que la función de demanda agregada igualar a la suma de las mismas.

$$X_1 = x_1^1 + x_1^2 = \frac{0,4 \cdot m_1}{p_1} + \frac{0,2 \cdot m_2}{p_1} = \frac{0,4 \cdot (0,3 M)}{p_1} + \frac{0,2 \cdot (0,7 M)}{p_1} = 0,26 \frac{M}{p_1}$$

También presentamos dos contraejemplos para mostrar que, en la medida en que no se cumplen los supuestos de partida, no puede lograrse la agregación buscada.

Contraejemplo 2a – Caso de dotaciones fijas

En el caso anterior si la renta está determinada por las dotaciones:

$$p_1 = 2 \quad p_2 = 4 \quad W_1 = (100, 40) \quad W_2 = (100, 160)$$

$$m_1 = 360 = 0,3 M \quad m_2 = 840 = 0,7 M \quad M = 1200$$

Las rentas virtuales a dichos precios serán las del ejemplo anterior. Pero si los precios cambian, por ejemplo:

$$p'_1 = 4 \quad p'_2 = 4$$

Las rentas virtuales no mantienen en general la proporción inicial. En este caso.

$$m_1 = 560 = 0,35M \quad m_2 = 1040 = 0,65M \quad M = 1600$$

Por lo tanto la función de utilidad agregada calculada con los precios originales, no mantendrá la igualdad.

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_1^1 = \frac{0,4 \cdot (0,35 \cdot 1.600)}{4} = 56 & x_2^1 = \frac{0,6 \cdot (0,35 \cdot 1.600)}{4} = 84 \\ x_1^2 = \frac{0,2 \cdot (0,65 \cdot 1.600)}{4} = 52 & x_2^2 = \frac{0,8 \cdot (0,65 \cdot 1.600)}{4} = 208 \\ \sum x_1^j = 72 + 84 = 108 & \sum x_2^j = 54 + 168 = 292 \\ X_1 = \frac{0,26 \cdot 1.600}{4} = 104 & X_2 = \frac{0,74 \cdot 1.600}{4} = 296 \end{array} \right.$$

Contraejemplo 2b – Caso de preferencias cualesquiera

Para demostrar este contraejemplo acudiremos al Axioma Débil de la Preferencia Revelada (ADPR) cuyo cumplimiento se considera mandatorio para que las preferencias sean racionales. Según ese principio : Si un consumidor revela directamente (es decir a partir de una elección óptima) que prefiere una cesta (x_1, x_2) a otra alternativa (y_1, y_2) dentro de su conjunto presupuestario, no puede ocurrir que dados otros precios y otras rentas disponibles revele directamente que prefiere (y_1, y_2) a (x_1, x_2) estando ambas a su alcance.

En la Figura 2 mostramos un caso de violación del ADPR. Se muestra que en un caso el consumidor prefiere directamente (elige) la cesta (x_1, x_2) estando disponible la cesta (y_1, y_2) y en el otro caso elige la cesta (y_1, y_2) a (x_1, x_2) estando otra vez ambas a su alcance. Esta inconsistencia hace que las preferencias en las que se basan estas elecciones no sean consistentes y por lo tanto la Microeconomía las denomina No Racionales.

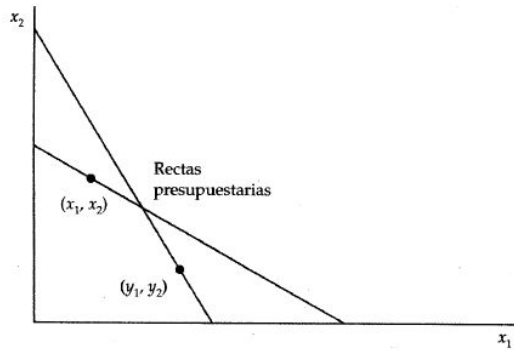


Figura 7.4. Violación del axioma débil de la preferencia revelada.
El consumidor que elige tanto (x_1, x_2) , como (y_1, y_2) viola el axioma débil de la preferencia revelada.

Figura 2. Ejemplo de violación del ADPR. Varian (1999)

En la Figura 3 se muestra un caso ⁷ en el cual dos consumidores con rentas iguales (por lo tanto la recta presupuestaria es la misma para ambos) realizan dos elecciones (correspondientes a distintos precios y rentas) compatibles con el ADPR. Un consumidor se representa con círculos llenos y el otro con círculos vacíos.

Las rectas presupuestarias en línea de trazos representan las rentas totales en cada caso (los interceptos en los ejes son el doble de los individuales), mientras que los círculos llenos grandes representan las cestas agregadas (se suman con la regla del paralelogramo, tal como se indica).

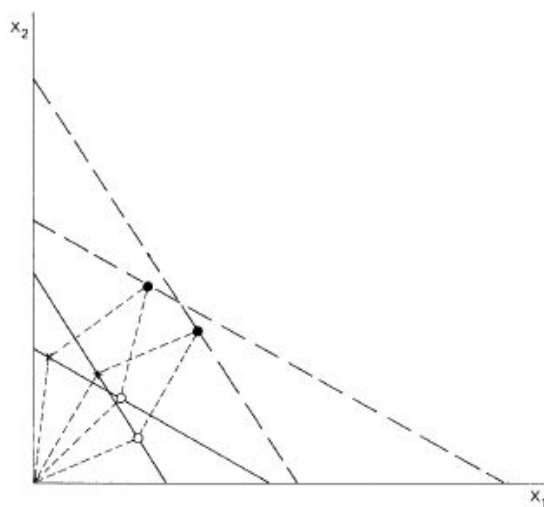


Figura 3. Incumplimiento del ADPR en la agregación

⁷ El ejemplo está tomado de Hicks (1986)

A pesar de que las elecciones individuales cumplen con el ADPR la elección agregada no. Es decir que elecciones racionales individuales pueden dar lugar a elecciones agregadas irracionales. Es decir que la racionalidad no se preserva en la agregación.

Conclusión para la hipótesis (1)

Recordemos que la hipótesis (1) proponía: La demanda agregada de los individuos puede manejarse como si existiera un "consumidor representativo" y por tanto son de aplicación los resultados de la microeconomía en la macroeconomía. La conclusión para esta hipótesis resulta ser que sólo bajo supuestos muy restrictivos puede afirmarse que existe un "consumidor representativo"

- Las funciones de utilidad de los individuos deben ser idénticas y homotéticas

ó

- Las funciones de utilidad deben ser homotéticas (condición suficiente , pero no necesaria) y la distribución de la renta debe permanecer fija (no debe depender de los precios).

Proseguiremos entonces con el análisis de la segunda hipótesis, que se refiere al equilibrio de mercado, el cual abordaremos en su versión más simplificada que es el caso del intercambio sin producción. El cumplimiento de los supuestos de racionalidad y regularidad de las preferencias agregadas garantiza la existencia de un equilibrio único en el intercambio. Lo que la hipótesis (2) afirma es que la racionalidad y regularidad de las preferencias de los participantes del mercado se trasladan a las preferencias agregadas. Esto es lo que investigaremos.

Para estudiar la hipótesis (2) sobre el equilibrio general, repasaremos

primero la herramienta que se utiliza para analizarlo: La función de exceso de demanda agregada. Supongamos el caso más sencillo del intercambio puro con 2 bienes y 2 consumidores. Para cada consumidor se supone la existencia de una dotación inicial de bienes w_i^j que funciona a los precios vigentes como una renta virtual que le permite un determinado poder adquisitivo. Su elección óptima a partir de los precios y de dicha renta virtual será una cesta x_i^j en general diferente de su dotación inicial. Se denomina demanda neta del bien i por parte del consumidor j a la cesta e_i^j tal que:

$$e_i^j = x_i^j - w_i^j$$

Si se consideran todos los individuos, para cada bien por separado existirá un exceso de demanda agregada z_i que será la suma de los excesos de demanda para cada bien. Por ejemplo para el bien 1, considerando el caso más simple de existencia de sólo dos consumidores:

$$z_1(p_1, p_2) = e_1^1 + e_1^2 = [x_1^1 - w_1^1] + [x_1^2 - w_1^2] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Exceso de demanda} \\ \text{agregada bien 1} \end{array} \right.$$

Los excesos de demanda agregada $z_i(p_1, p_2)$ son funciones de los precios porque en la teoría del equilibrio general se trabaja con dotaciones constantes y no renta constante, es decir que la renta virtual cambia al cambiar el precio de los bienes

Utilizando el concepto de exceso de demanda agregada la existencia del equilibrio de mercado (que la oferta iguale a la demanda de cada bien) puede replantearse como: Existe un par de precios no nulos (p_1^*, p_2^*) tales que el exceso de demanda agregada para cada bien es = 0, o sea que en equilibrio

$$\begin{cases} x_1^1 + x_1^2 = w_1^1 + w_1^2 \\ x_2^1 + x_2^2 = w_2^1 + w_2^2 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} (x_1^1 - w_1^1) + (x_1^2 - w_1^2) = z_1(p_1^*, p_2^*) = 0 \\ (x_2^1 - w_2^1) + (x_2^2 - w_2^2) = z_2(p_1^*, p_2^*) = 0 \end{array} \right.$$

Por otra parte, del cumplimiento de la restricción presupuestaria para cada individuo surge que:

$$p_1 x_1^1 + p_2 x_2^1 = p_1 w_1^1 + p_2 w_2^1$$

$$p_1 x_1^2 + p_2 x_2^2 = p_1 w_1^2 + p_2 w_2^2$$

Lo que sumando y reordenando resulta:

$$p_1 [(x_1^1 - w_1^1) + (x_1^2 - w_1^2)] + p_2 [(x_2^1 - w_2^1) + (x_2^2 - w_2^2)] =$$

$$= p_1 z_1 + p_2 z_2 = 0 \quad \forall (p_1 p_2)$$

Cualesquiera sean los precios, el valor de la suma de los excesos de demanda agregada es idénticamente nulo. Esta identidad recibe el nombre de Ley de Walras.

Por la ley de Walras en este mundo de 2 bienes, si uno de los mercados está en equilibrio para un par de precios $(p_1^* p_2^*)$, el otro también lo estará.

$$\text{Como} \quad p_1 z_1(p_1 p_2) + p_2 z_2(p_1 p_2) = 0 \quad \forall (p_1 p_2)$$

$$z_1(p_1^* p_2^*) = 0 \quad \wedge \quad p_1 z_1(p_1^* p_2^*) + p_2 z_2(p_1^* p_2^*) = 0 \quad \Rightarrow \quad z_2(p_1^* p_2^*) = 0$$

En general si hay k bienes y $(k-1)$ mercados están en equilibrio, la Ley de Walras implica que el mercado del bien k ésimo también lo estará. En definitiva : En un mundo de 2 bienes $(p_1^* p_2^*)$ son precios de equilibrio cuando $z_1(p_1^* p_2^*) = 0$ ya que el exceso de demanda agregada del otro bien también será nulo por la Ley de Walras.

Otra de las características del equilibrio del intercambio es que los precios de equilibrio no están determinados en forma absoluta, sino relativa. Con esto queremos decir que si $(p_1^* p_2^*)$ son precios de equilibrio, $(p_1'^* p_2'^*)$ con, por ejemplo $p_1'^* = 2 p_1^*$ y $p_2'^* = 2 p_2^*$ también lo serán. Por lo tanto lo que importa son los precios relativos o sea la relación de precios, y no los precios absolutos. Esto permite realizar normalizaciones convenientes, como por ejemplo considerar pares de precios que cumplan alguna condición. A veces se fuerza el valor de uno de los precios a la unidad, convirtiendo al bien correspondiente en numerario, es decir en medida de valor. En nuestro caso lo más conveniente

será elegir pares de precios que cumplan con $p_1 + p_2 = 1$. Por tanto al variar el precio 1 cambia automáticamente el precio 2 para mantener la restricción elegida. El recorrido de cada precio será el intervalo $(0, 1)$ ya que se deja de lado el caso de precios nulos.

Con esta normalización podremos graficar los valores que va tomando el exceso de demanda agregada del bien 1 $z(p_1)$ a medida que variamos p_1 .

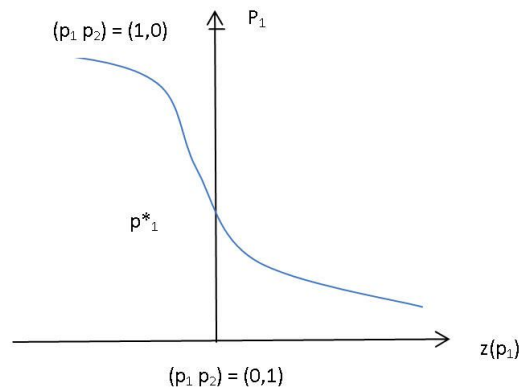


Figura 4 . Equilibrio de mercado con dos bienes y $p_1 + p_2 = 1$

En la Figura 4 vemos una representación de un equilibrio único de mercado para un vector de precios $(p_1^*, p_2^* = 1 - p_1^*)$ para el cual el exceso de demanda agregada para el bien 1 (condición suficiente por Ley de Walras) es $z_1 = (p_1^*, p_2^* = 1 - p_1^*) = 0$

Los autores que estudiaron el problema planteado por la hipótesis (2) fueron Sonnenschein, Mantel⁸ y Debreu, en forma sucesiva y por lo tanto los resultados a los que llegaron se conocen como Teorema de Sonnenschein - Mantel - Debreu. Nosotros veremos una forma simplificada del mismo e intentaremos una demostración intuitiva⁹.

⁸ Mantel fue un investigador argentino que se doctoró en EEUU (Yale) aunque esta contribución la hizo ya de regreso en Argentina, desde su cargo en el Instituto de Investigaciones Económicas de la FCE-UBA

⁹ La demostración está tomada de Shafer y Sonnenschein (1982)

Proposición 1)

Si $F(p_1)$ es una función continuamente diferenciable ARBITRARIA definida para valores de p_1 dentro del intervalo $(0,1)$, existe una economía con 2 consumidores y dos bienes tal que:

- $F(p_1)$ es una función de exceso de demanda agregada de mercado generada por las preferencias de ambos consumidores para el primer bien.
- Ambos consumidores pueden ser elegidos de la clase de agentes con preferencias homotéticas y convexas (La función de demanda agregada para el otro bien es determinada por la Ley de Walras)

Demostración de la Proposición (1)

Para proceder a la demostración consideramos al consumidor 1 con una dotación de bienes $w_1 = (2,0)$. Su función de utilidad es homotética y su trayectoria precio-consumo es z (es decir sus elecciones óptimas a medida que cambian los precios y por tanto también su renta virtual), la cual se muestra en la Figura 5.

El cambio en los precios relativos (que puede considerarse como el cambio de p_1 dada la normalización considerada) genera distintas rectas presupuestarias virtuales que son rectas que parten de la dotación $(2,0)$ con pendiente $-p_1/p_2$. En la Figura 5 se muestran dos de ellas.

Si las preferencias son homotéticas, tal como hemos supuesto, las rectas que parten del origen e interceptan a la recta de precio-consumo son curvas ingreso-consumo, es decir que unen las cestas óptimas en el caso de incremento de la renta, sin cambio en los precios.

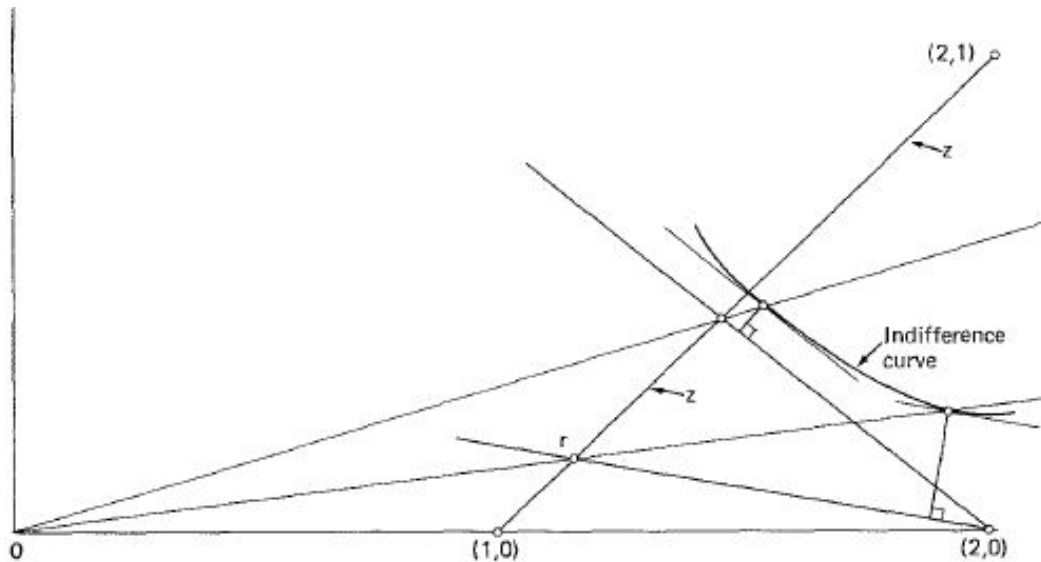


Figura 5. Consumidor con dotación $W=(2,0)$ y preferencias homotéticas. Shafer y Sonnenschein (1982)

El detalle crucial es que a medida que nos movemos por z desde $(1,0)$ hasta $(2,1)$, la Relación Marginal de Sustitución (RMS) asociada con rayos desde el origen es creciente

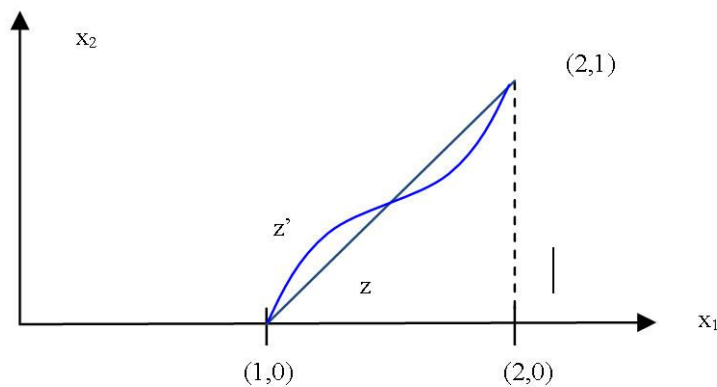


Figura 6. Perturbación z' de la recta precio consumo z

Esta característica se preserva para una perturbación continua y suficientemente pequeña de la recta z . En la Figura 6 se muestra una perturbación z' de z que mantiene la propiedad de homoteticidad.

Por lo tanto perturbaciones suficientemente pequeñas de z son también curvas de precio – consumo para consumidores con preferencias homotéticas.

Por otra parte si se agrega un consumidor simétrico con función de utilidad U_2 , tal que $U_2(x_1, x_2) = U_1(x_2, x_1)$ homogénea y dotación $w_1 = (0, 2)$ obtenemos una economía con 2 consumidores y dos bienes para la que cualquier precio es un precio de equilibrio. Esta economía de intercambio está representada en la Figura 7, que representa una caja de Edgeworth de ancho $w_1^1 + w_2^1 = 2$ y alto $w_1^2 + w_2^2 = 2$. Las dotaciones están representadas por la esquina inferior derecha de la caja (recuerde que las cantidades de bien 1 y bien 2 del consumidor 1 se miden desde la esquina inferior izquierda hacia la derecha y hacia arriba respectivamente, mientras que las del consumidor 2 se miden a partir de la esquina superior derecha hacia la izquierda y hacia abajo respectivamente).

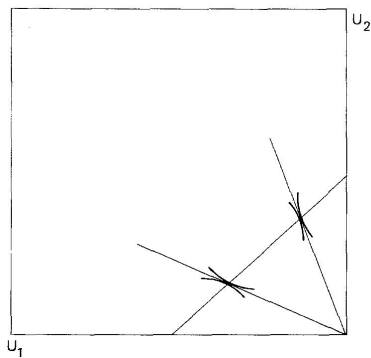


Figura 7 . Caja de Edgeworth con infinitos equilibrios

Volvamos ahora a la idea de que cualquier función continuamente diferenciable $F(p_1)$ definida para valores de p_1 dentro del intervalo $(0,1)$ puede ser una función de exceso de demanda agregada de uno de los bienes para una economía con 2 consumidores y dos bienes. Supongamos que la función $F(\cdot)$ es la que se indica en el gráfico de la izquierda de la Figura 8.

Dada una función de demanda agregada propuesta $F(p_1)$ para el bien 1 como la indicada en el gráfico, si las preferencias del consumidor 2 se mantienen (su curva de precio-consumo sigue siendo la recta z), entonces necesariamente la elección óptima del consumidor 1 debe ser tal que produzca el exceso de demanda indicado por la curva $F(\cdot)$.

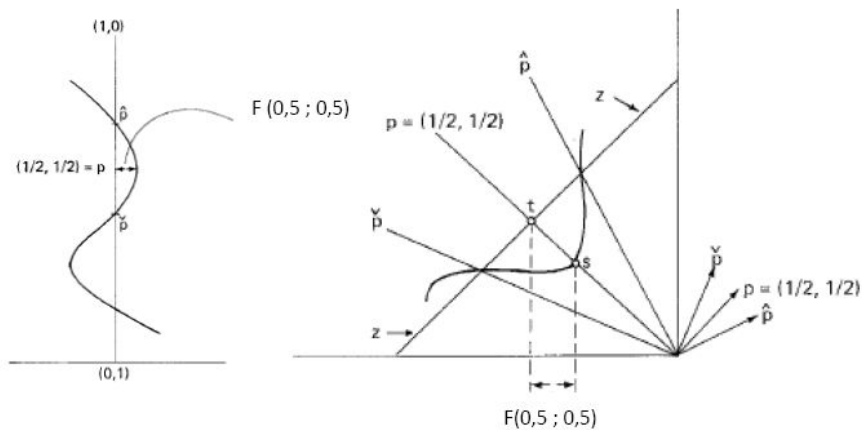


Figura 8. Función de exceso de demanda agregada y curva precio consumo correspondiente.

Si nos concentramos en dos de los valores de p_1 para los cuales se produce un valor de exceso de demanda nulo (equilibrios de mercado) como \hat{p} y \bar{p} estos encontrarán su ubicación en el gráfico original del espacio de bienes con la curva de precio-consumo del consumidor 1 ahora perturbada cruzando a la recta original z en los precios correspondientes. Por otra parte a un precio tal como $p_1=0,5$, el exceso de demanda agregada del bien 1 indicado en la Figura 8 lado izquierdo como $F(0,5 ; 0,5)$ le corresponderá en el gráfico del lado derecho un apartamiento horizontal de la curva z de la misma magnitud. Por tanto se ha logrado demostrar la Propiedad (1).

El hecho de que $F(\cdot)$ sea continuamente diferenciable implica que la curva de precio-consumo que se genera para el consumidor 1 sea una perturbación suave de la recta z . Por tanto, dicha curva de precio-consumo corresponderá a una función de utilidad homogénea.

Si se necesitara una curva $F(\cdot)$ con una deformación más pronunciada de modo tal que un apartamiento muy grande respecto del eje vertical pudiera amenazar la propiedad de "deformación suave" de la curva de precio-consumo z , con la misma geometría puede lograrse, cambiando simplemente las dotaciones iniciales. Por ejemplo en la Figura 9 se indica una función $F(\cdot)$ con un apartamiento de 2 respecto del eje vertical. Este exceso de demanda agregada es enorme para el caso del ejemplo inicial con dotación $(2,0)$ para el

consumidor 1. Sin embargo, si repetimos el ejemplo para una dotación inicial $(20,0)$, este apartamiento resulta en una curva que se separa poco de la curva precio-consumo original.

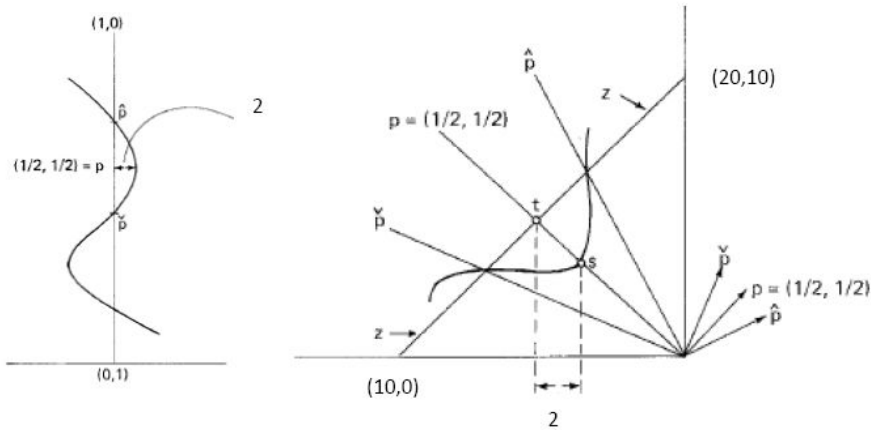


Figura 9. Función de exceso de demanda agregada y curva precio consumo correspondiente.

En el ejemplo que presentamos de función $F(\cdot)$ indicamos 3 puntos donde la función $F(\cdot) = 0$. Podría pensarse en otra geometría que tuviera más equilibrios. Sin embargo estos equilibrios deben ser impares en número si notamos que el exceso de demanda agregada del bien 1 debe tender a ∞ cuando p_1 se aproxima a cero y debe tender a $-\infty$ cuando p_1 se aproxima a 1 (lo que con la normalización propuesta : $p_1 + p_2 = 1$ implica que p_2 se aproxima a cero). Este resultado se conoce como el "Teorema del número impar". En la Figura 10 se indica un caso con 5 equilibrios.

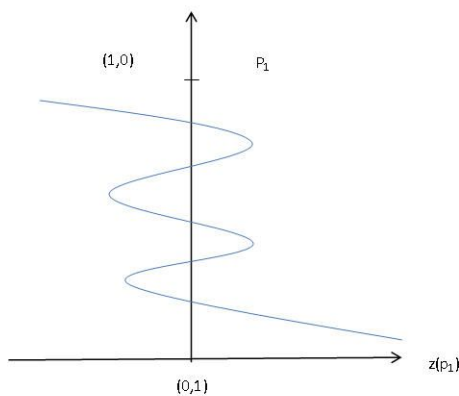


Figura 10 . Grafico del caso de múltiples equilibrios

Por lo anterior, la hipótesis (2) que afirmaba que “el cumplimiento de los supuestos de racionalidad y regularidad en las preferencias de los participantes del mercado garantiza la existencia de un equilibrio único en el intercambio” resulta rebatida por el teorema de Sonnenschein – Mantel – Debreu (del cual la demostración anterior puede considerarse una forma particular) contradice este razonamiento. Lo que el teorema demuestra es que, aunque los participantes del mercado tengan preferencias racionales y regulares, la unicidad del equilibrio no están garantizada. Esto ha sido popularizado por el texto de Microeconomía de Mas-Colell *et al* (1996) con la denominación “*anything goes*”, es decir que cualquier cosa puede pasar, el resultado no está garantizado.

Es de hacer notar que los equilibrios múltiples son considerados perjudiciales en la teoría económica porque impiden la predicción y la estática comparativa, por lo cual son una fuente de problemas que la teoría neoclásica busca eliminar.

IV _ Consecuencias teóricas y epistemológicas de la utilización del consumidor representativo

En el párrafo anterior hemos intentado desarrollar las críticas al concepto de “consumidor representativo” de forma sencilla, a los efectos de mostrar su inconsistencia con los postulados de la Microeconomía. No hemos dicho para mostrar lo anterior nada que los usuarios del artificio del consumidor representativo no sepan, ya que han sido los propios seguidores de la ortodoxia económica los que han demostrado los teoremas y propiedades que hemos mencionado.

Por lo tanto surge la pregunta ¿por qué se sigue utilizando el consumidor representativo para el análisis macroeconómico?.

Una respuesta posible sería que no se ha encontrado una metodología adecuada para mostrar como los fundamentos microeconómicos regulan el comportamiento de los agregados macroeconómicos.

Sin embargo es difícil pensar que con los recursos con que cuenta la ortodoxia económica no pudiera encontrar una solución técnica si es que esta existe. El manejo de millones de dólares, euros y libras en becas doctorales permitiría movilizar miles de investigadores que pondrían en marcha un programa de investigación de alcance internacional que pudiera resolver este problema. Esto es lo que plantea el enfoque epistemológico lakatosiano¹⁰. Cuando se produce un problema en el cinturón de hipótesis que rodean al núcleo teórico, los participantes del programa de investigación ponen en marcha estudios que permitan reemplazar las "hipótesis auxiliares" y preservar el "núcleo duro" de la teoría. Es por eso que a dichas hipótesis auxiliares se les dá el nombre de "cinturón protector", ya que puede responsabilizarse a las mismas por un fallo o inconsistencia en la teoría, manteniendo el núcleo de la misma.

Cuando esta operación falla, el programa entra en su fase de degeneración, se reemplazan las soluciones rigurosas por hipótesis ad hoc que permiten continuar con las aplicaciones que de otra manera quedarían huérfanas de soporte teórico.

Este parece ser el caso del consumidor representativo, una hipótesis conveniente ya refutada pero que permite mantener la práctica de la ortodoxia económica.

No es este el único caso de hipótesis refutada que se mantiene vigente en la teoría económica. Es ampliamente conocido el caso de la función de producción agregada¹¹, cuya refutación fue brillantemente llevada a cabo por el Cambridge inglés (Robinson, Sraffa, Garegnani, Pasinetti y otros) y que fue "barrida bajo la alfombra" por la ortodoxia. Tal como en el caso del consumidor representativo, la función de producción agregada es parte de los modelos macroeconómicos utilizados por la teoría del crecimiento y la teoría del comercio internacional, así como en no pocos modelos utilizados para la evaluación de políticas macroeconómicas.

¹⁰ Lakatos (1976)

¹¹ También conocida como controversia del capital o Controversia de los dos Cambridges. Ver Harcourt (1972)

Otra respuesta al interrogante del inicio de este párrafo sería que el recurso al consumidor representativo permite trasladar al análisis macroeconómico los resultados de la Microeconomía. Es sabido que, si bien un artefacto técnico, la teoría microeconómica no está libre de un contenido ideológico. Su insistencia en la eficiencia de los mercados sin limitaciones gubernamentales, su visión de los fenómenos económicos como resultado de la libre elección de los individuos, que así no podrían considerarse sino víctimas de sus propias decisiones, su énfasis en la desregulación, son todas premisas o resultados convenientes a la justificación de las políticas liberales propuestas por la clase social dominante.

V _ Conclusiones

En este trabajo hemos mostrado que el recurso al consumidor representativo, metodología utilizada por la corriente principal de la economía para poder exportar las leyes de la Microeconomía a la Macroeconomía, es un artificio cuya falta de consistencia teórica ha sido demostrada en forma concluyente. Su perduración en la teoría económica actual cuestiona su tan pregonado carácter científico.

Una última reflexión de este trabajo es señalar la importancia de la llamada crítica interna a la teoría ortodoxa.

La situación actual de la ciencia económica se caracteriza por la continuidad de la hegemonía de las orientaciones ortodoxas en la academia, así como por la presencia de un inmenso caudal de literatura crítica que no ha podido constituirse, todavía, en una alternativa teórica con consensos amplios entre los economistas críticos.

En el caso de la microeconomía, las alternativas a la teoría marginalista de los precios están representadas principalmente por la teoría marxista del valor-trabajo y la teoría sraffiana de los precios. Sin embargo ninguna de las dos ha desarrollado herramientas técnicas que guíen, por ejemplo, la intervención estatal en un mercado o la regulación de situaciones monopólicas.

Con base en este diagnóstico, la crítica de la microeconomía ortodoxa continúa siendo una de las tareas de la economía crítica. Su rol no sólo es el de cuestionar este enfoque, sino también encontrar en esa crítica aportes que permitan la maduración y el afianzamiento de las alternativas heterodoxas existentes.

Se trata de señalar las limitaciones y/o contradicciones subyacentes a la teoría (es decir su consistencia), los sesgos ideológicos implícitos en los análisis, la deshistorización del desarrollo de los conceptos y el reemplazo del razonamiento económico por la operacionalidad matemática.

Creemos que este es el camino de la superación de la economía ortodoxa que permitirá construir una alternativa adecuada a partir de la confluencia de los enfoques heterodoxos.

Bibliografía

- Antonelli, G. B. (1952). "Sulla teoria matematica della economia politica" (1886). Malfasi.
- Chipman, J. S., & Moore, J. C. (1979). "On the representation and aggregation of homothetic preferences". Institute for Research in the Behavioral, Economic, and Management Sciences, Krannert Graduate School of Management, Purdue University.
- Debreu, G. (1974). "Excess demand functions". *Journal of mathematical economics*, 1(1), 15-21.
- Eisenberg, E. (1961). "Aggregation of utility functions". *Management Science*, 7(4), 337-350.
- Gorman, W. M. (1953), "Community preference fields", *Econometrica*, 21:63- 80.
- Hicks, J. (1986), "A Revision of Demand Theory" (1956), Clarendon Press, London
- Harcourt, G. C. (1972). "Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital". Cambridge Books.
- Kirman, A. P. (1992). "Whom or what does the representative individual represent?". *The Journal of Economic Perspectives*, 6(2), 117-136.
- Lakatos, I. (1976). "Falsification and the methodology of scientific research programmes". In *Can Theories be Refuted?* (pp. 205-259). Springer Netherlands.
- Lucas, R. E. (1976). "Econometric policy evaluation: A critique". En *Carnegie-Rochester conference series on public policy* (Vol. 1, pp. 19-46). North-Holland.
- Mantel, R. R. (1974). "On the characterization of aggregate excess demand". *Journal of Economic Theory*, 7(3), 348-353.
- Mantel, R. R. (1976). "Homothetic preferences and community excess demand functions". *Journal of Economic Theory*, 12(2), 197-201.
- Mas-Colell, A., Whinston, M. D., & Green, J. R. (1995). "Microeconomic theory". New York: Oxford university press.
- Nataf, A. (1954). "Sur des questions d'agrégation en économétrie". Institut de Statistique de l'Université de Paris.
- Rizvi, S. A. T. (1994). "The microfoundations project in general equilibrium theory". *Cambridge Journal of Economics*, 18, 357-377.
- Shafer, W., & Sonnenschein, H. (1982). "Market demand and excess demand functions". *Handbook of mathematical economics*, 2, 671-693.
- Sonnenschein, H. (1972). "Market excess demand functions". *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 549-563.
- Sonnenschein, H. (1973). Do Walras' identity and continuity characterize the class of community excess demand functions?. *Journal of economic theory*, 6(4), 345-354.
- Sonnenschein, H. (1973). "The utility hypothesis and market demand theory". Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science.
- Varian Hal, R. (1999). "Microeconomía Intermedia, un enfoque actual". Antoni Bosch.
- Varian, H. R. (1992). "Microeconomic analysis". Norton & Company.