Externalidades y bienes públicos

Gabriel Montes-Rojas
Universidad de Buenos Aires
Email: gabriel.montes@fce.uba.ar
Web: http://gabrielmontes.com.ar

Externalidades

- Una **externalidad** es el efecto directo que causa una acción agente sobre otro. No a través de los precios, sino a través de la acción misma.[1]
- Externalidad de consumo (afecta directamente la utilidad) vs. externalidad de producción (afecta el conjunto de posibilidades de producción).
- Puede haber externalidades cruzadas.
- Los modelos de equilibrio en general asumen que los consumidores solo se interesan por su propio consumo (self-interested).

[1] Viner (1931) llama *externalidad pecuniaria* a los efectos a través de los precios.

Externalidades de producción

- Supongamos dos firmas 1 y 2.
- Firma 1: $\pi_1 = \max_x px - c(x)$.
- Firma 2: $\pi_2 = -e(x)$. ($e(.)$ es una función de costos.)
- Notar que solo la firma 1 decide sobre x.
- La solución Pareto eficiente consiste en $\max_x px - c(x) - e(x)$, es decir maximizar los beneficios agregados.
- La producción eficiente es con $p = c'(x^*) + e'(x^*)$. Acá se **internaliza** el efecto.
- En equilibrio competitivo, $p = c'(x_q)$. Esto tiene en cuenta solo los costos privados, no los sociales, $c(x_q) + e(x_q)$.

Externalidades de producción

Impuestos pigouvianos

- Supongamos un impuesto a la producción de x.
- Firma 1: $\pi_1 = \max_x px - c(x) - tx$.
- Firma 2: $\pi_2 = -e(x)$.
- En equilibrio, $p = c'(x^*) + t$ y podemos poner $t = e'(x^*)$. Esta solución se debe a Pigou.
- Notar que esto no se logra con un impuesto de suma fija (transferencia), $\pi_1 = \max_x px - c(x) - T$ porque las decisiones marginales no cambian. Se podría sin embargo usar lo que se recauda por suma fija para paliar los efectos negativos de x, pero eso requiere más estructura.

Externalidades de producción

Mercados faltantes

- El problema lo podemos ver como de mercados que no son tenidos en cuenta. Ej: polución.
- Firma 1: $\pi_1 = \max_{x_1} px_1 - c(x_1) + rx_1$.
- Firma 2: $\pi_2 = -rx_2 - e(x_2)$.
- CPO, $p + r = c'(x_1)$ y $-r = e'(x_2)$.
- En equilibrio $x_1 = x_2$, con $r < 0$.

Externalidades de producción

Mercados faltantes

- Un modelo más general permite que la externalidad no aparezca solamente de forma lineal, sino como parte de la función de costos (producir en forma limpia es más costoso que hacerlo en forma no limpia).
- Firma 1: $\pi_1 = \max_{x, y_1} px - c(x, y_1) + ry_1$.
- Firma 2: $\pi_2 = -ry_2 - e(y_2)$.
- CPO, $p = \frac{\partial c(x,y_1)}{\partial x}$, $r = \frac{\partial c(x,y_1)}{\partial y_1}$, $-r = \frac{\partial e(y_2)}{\partial y_2}$.
- En equilibrio $y_1 = y_2$.

Externalidades de consumo

- Supongamos este problema agregado de dos consumidores donde el consumo del bien x produce una externalidad en el otro consumidor, mientras que el consumo del bien y no.
- $\max\limits_{x_i, y_i} a_1 u_1(x_1, x_2, y_1) + a_2 u_2(x_1, x_2, y_2)$ s.a. $x_1 + x_2 = \bar{x}$, $y_1 + y_2 = \bar{y}$.
- CPO:

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = \lambda$$

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \lambda$$

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial y_1} = \mu$$

$$a_2 \frac{\partial u_2}{\partial y_2} = \mu$$

- La solución implica que

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} = \lambda/\mu$$

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} = \lambda/\mu$$

Externalidades de consumo

- En un equilibrio competitivo, para $i = 1, 2$, $\max_{x_i, y_i} u_i(x_i, x_{-i}, y_i)$ s.a. $p_x x_i + p_y y_i = w_i$, donde x_{-i} es el consumo del otro.
- CPO para $i = 1, 2$:

$$\frac{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial u_i}{\partial y_i}} = p_x / p_y$$

- Notar que a menos que $\frac{\partial u_i}{\partial x_{-i}} = 0$ la solución no coincide con el óptimo de Pareto.

Externalidades de consumo

- Supongamos que $u_1(x_1, x_2, y_1)$ pero $u_2(x_2, y_2)$, es decir, el consumidor 2 afecta a 1 pero no al revés. Usemos $p_y = 1$ como numéraire. La solución de cada consumidor implica:

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} = p_x, \quad \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} = p_x,$$

  pero el óptimo de Pareto,

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} = \lambda/\mu, \quad \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} + \frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} = \lambda/\mu.$$

- La solución de un impuesto pigouviano implica que el consumidor 2 pague/reciba un impuesto/subsidio a su consumo, es decir, su restricción de presupuesto sea $(p_x + t_x)x_2 + y_2 = w_2$.
- CPO de Pareto y equilibrio competitivo:

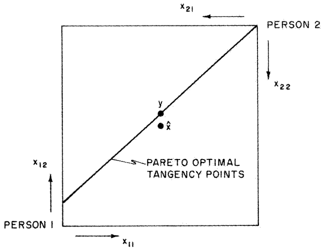
$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} = \lambda/\mu = p_x, \quad \frac{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial y_2}} = \lambda/\mu - \frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}} = p_x + t_x.$$

  Entonces la solución es $t_x = -\frac{\frac{\partial u_1}{\partial x_2}}{\frac{\partial u_1}{\partial y_1}}$.
- Notar que si $\frac{\partial u_1}{\partial x_2} > 0$ entonces $t_x < 0$ (externalidad positiva del consumo en el otro) y viceversa (externalidad negativa del consumo del otro).

Externalidades de consumo

Ejemplo de Feldman y Serrano (p.146)

- $u_1(\boldsymbol{x}) = x_{11}x_{12} + x_{21}$, $\boldsymbol{\omega}_1 = (10, 0)$.
- $u_2(\boldsymbol{x}) = x_{21}x_{22}$, $\boldsymbol{\omega}_2 = (0, 10)$.
- TMS del individuo 1, considerando su impacto en 2, $u_1(\boldsymbol{x}) = x_{11}x_{12} + (10 - x_{11})$.: $TMS_1 = \frac{x_{12}-1}{x_{11}}$. TMS del individuo 2: $TMS_2 = \frac{x_{22}}{x_{21}}$.
- Los puntos de tangencia para Pareto: $\frac{x_{12}-1}{x_{11}} = \frac{x_{22}}{x_{21}} = \frac{10-x_{12}}{10-x_{11}}$. Entonces, despejando $x_{12} = 1 + \frac{1}{9}x_{11}$.
- Para equilibrio competitivo, no se tiene en cuenta el efecto sobre el otro individuo, $\boldsymbol{p} = (1, 1)$, $\hat{\boldsymbol{x}}_i = (5, 5)$, $i = 1, 2$. Notar que $\hat{\boldsymbol{x}}$ no está en $x_{12} = 1 + \frac{1}{9}x_{11}$.



Bienes públicos

- Un bien es **excluible** si es posible excluir de su consumo a una persona.
- Un bien es **rival** si su consumo por parte de un individuo excluye lo que pueden disponer los demás.
- Los bienes que no son excluibles ni rivales se denominan **bienes públicos**.

Bienes públicos

- Supongamos 2 agentes. Cada agente aporta g_i, tal que el bien público producido es $G = f(g_1 + g_2)$. Las utilidades son $U_i(f(G), x_i)$. También lo podemos escribir como $u_i(G, x_i)$ dada la monotonicidad de f. Si también asumimos dotaciones, entonces $u_i(G, \omega_i - g_i)$.
- La eficiencia se logra con $\max\limits_{g_1,g_2} a_1 u_1(g_1 + g_2, \omega_1 - g_1) + a_2 u_2(g_1 + g_2, \omega_2 - g_2)$.
- CPO:

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial G} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial G} = a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1}$$

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial G} + a_2 \frac{\partial u_2}{\partial G} = a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2}$$

- Entonces, $a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = a_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2}$. También,

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial G}}{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial G}}{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}} = TMS_1 + TMS_2 = 1$$

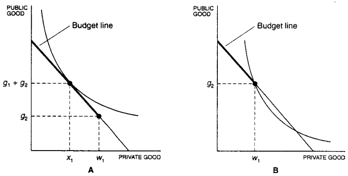
- La suma de las disposiciones marginales a pagar es igual al coste marginal.
- Ejemplo: Si $u_i(G, x_i) = a_i lnG + lnx_i$, entonces $\frac{a_1 x_1}{G} + \frac{a_2 x_2}{G} = 1$ o $G = a_1 x_1 + a_2 x_2$. Esto debe considerarse en conjunto con $x_1 + x_2 + G = \omega$.

Bienes públicos

- Una simplificación útil es asumir que las utilidades son cualinineales, tal que $u_i(G, x_i) = v_i(G) + x_i$, $i = 1, 2$. En este caso, $v_1(G) + v_2(G) = 1$ es la condición de eficiencia.
- Ejemplo: Si $u_i(G, x_i) = b_i lnG + x_i$, entonces $\frac{b_1}{G} + \frac{b_2}{G} = 1$ o $G = b_1 + b_2$. Esto debe considerarse en conjunto con $x_1 + x_2 + G = \omega$.

Bienes públicos

- Supongamos ahora el problema de la provisión privada: $\max_{g_1} u_1(g_1 + g_2, w_1 - g_1)$ s.a. $g_1 \geq 0$. Se asume que g_2 está dado.
- CPO, Kuhn-Tucker: $\frac{\partial u_1}{\partial G} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \leq 0$, donde la igualdad se cumple si $g_1 > 0$. Otra forma de verlo es $\frac{\frac{\partial u_1}{\partial G}}{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}} \leq 1$. Entonces, si el costo marginal es igual a la TMS, $g_1 > 0$, sino $g_1 = 0$.
- En este problema tenemos que las dotaciones del individuo son (w_1, g_2).



Private provision of a public good. In panel A, agent 1 is contributing a positive amount. In panel B, agent 1 finds it optimal to free ride on agent 2's contribution.

Bienes públicos

- Supongamos ahora la solución simultánea de los dos agentes, resolviendo un equilibrio de Nash.
- $\max_{G,x_1} u_1(G, w_1 - g_1)$ s.a. $G + x_1 = w_1 + g_2$ y $G \geq g_2$. Entonces podemos escribir la solución de $G = f_1(w_1 + g_2)$, la función de reacción del agente 1.
- Entonces, $G = max(f_1(w_1 + g_2), g_2)$, o $g_1 = max(f_1(w_1 + g_2) - g_2, 0)$.
- El eq. de Nash es la solución a

$$g_1^* = max(f_1(w_1 + g_2^*) - g_2^*, 0)$$

$$g_2^* = max(f_2(w_2 + g_1^*) - g_1^*, 0)$$

- Asumiendo Cobb-Douglas,

$$g_1^* = max(\frac{a_1}{1 + a_1}(w_1 + g_2^*) - g_2^*, 0)$$

$$g_2^* = max(\frac{a_2}{1 + a_2}(w_2 + g_1^*) - g_1^*, 0)$$

- Si asumimos cualilinear,

$$v_1'(g_1^* + g_2^*) \leq 1$$

$$v_2'(g_1^* + g_2^*) \leq 1$$

  Dado que en general $u_1 \neq u_2$, solo una de las igualdades puede satisfacerse. Ej., si $u_1'(G) > u_2'(G)$ para todo G, entonces $g_1^* = G^* > 0$ y $g_2^* = 0$.
- En el ejemplo anterior, $\frac{b_1}{G} \leq 1$, $\frac{b_2}{G} \leq 1$. Entonces $G^* = max\{b_1, b_2\}$.