Guía de Ejercicios de Microeconomía II - FCE UBA

Prof. Gabriel V. Montes-Rojas

1. Equilibrio general

1.1. Conjunto de Pareto

Considere una economía con dos bienes, x_1 y x_2, y asuma que las dotaciones totales de los dos bienes están dadas, $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2) \gg 0$.

Suponga ahora un mercado con dos individuos (A,B). Encuentre el **conjunto de Pareto** para los siguientes casos. Si puede resuelva esta pregunta en forma analítica, caso contrario presente la Caja de Edgeworth con explicaciones detalladas.

- Ambos individuos tienen preferencias de tipo Cobb-Douglas. Considere el caso en el que las preferencias son iguales y en el que son diferentes.
- Ambos individuos tienen preferencias de tipo CES $u^i(x_1, x_2) = (a_1^i x_1^{\rho_i} + a_2^i x_2^{\rho_i})^{1/\rho_i}$, donde $\rho_i \in (-\infty, 1)$, $a_1^i, a_2^i > 0$, $i = A, B$. Considere el caso en el que las preferencias son iguales y en el que son diferentes. (Seguir el libro de Jehle y Reny.)
- Ambos individuos tienen preferencias de sustitutos perfectos, $u^i(x_1, x_2) = a_1^i x_1 + a_2^i x_2$, donde $a_1^i, a_2^i > 0$, $i = A, B$. Considere el caso en el que las preferencias son iguales y en el que son diferentes.
- Ambos individuos tienen preferencias de complementos perfectos, $u^i(x_1, x_2) = min(b_1^i x_1, b_2^i x_2)$, donde $b_1^i, b_2^i > 0$, $i = A, B$. Considere el caso en el que las preferencias son iguales y en el que son diferentes.
- Ambos individuos tienen preferencias dadas por $u^i(x_1, x_2) = max(c_1^i x_1, c_2^i x_2)$, donde $c_1^i c_2^i > 0$, $i = A, B$. Considere el caso en el que las preferencias son iguales y en el que son diferentes.
- Un individuo tiene preferencias de sustitutos perfectos y el otro de complementos perfectos.

- Ambos individuos tienen preferencias de tipo cuasi-lineal $u^i(x_1, x_2) = a_1^i x_1 + a_2^i ln(x_2)$, donde $a_1^i, a_2^i > 0$, $i = A, B$. Considere el caso en el que las preferencias son iguales y en el que son diferentes.

1.2. Dos individuos

a. Suponga 2 individuos con funciones de utilidad estrictamente crecientes y cóncavas iguales. Demuestra que una distribución igualitaria es una asignación eficiente en el sentido de Pareto.

b. La persona A tiene la función de utilidad $u^A(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ y la B tiene la función de utilidad $u^B(x_1, x_2) = max(x_1, x_2)$. Represente esta situación en una caja de Edgeworth. Encuentre una asignación y unos precios p_1 y p_2 de equilibrio.

1.3. Utilidad Cobb-Douglas

a. Considere una economía con dos bienes, x_1 y x_2, y una función de utilidad Cobb-Douglas para un ingreso m dado. Escribir el problema de maximización de la utilidad. Argumente formalmente que las preferencias subyacentes a esta utilidad satisfacen monotonicidad estricta y débil, no saciedad local, convexidad estricta y débil, y continuidad. Derivar las funciones de demanda, $x_1(p_1, p_2, m)$, $x_2(p_1, p_2, m)$.

b. Suponga ahora un mercado con dos individuos (A,B), ambos con utilidades Cobb-Douglas (no necesariamente iguales). Derivar la función de demanda agregada de los dos bienes y mostrar que se puede expresar como función de los precios relativos y la suma ponderada de los ingresos monetarios. ¿Bajo qué condiciones la demanda agregada no depende de la distribución del ingreso?

c. Asuma ahora un modelo con dos consumidores como en **b**, donde cada uno tiene dotaciones iniciales positivas de ambos bienes. La cantidad agregada de dotaciones es $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ para los dos bienes. Encuentre el conjunto de Pareto. Argumente que para cada punto sobre esa curva existe un equilibrio competitivo que tiene como solución el mismo.

d. Encuentre el equilibrio de Walras si (i) el individuo A tiene la proporción γ_A de la dotación agregada del bien 1 y la proporción δ_A de la dotación del bien 2, y el otro individuo tiene la dotación restante, $1 - \gamma_A$ y $1 - \delta_A$; (ii) el individuo A siempre gasta la proporción α de su ingreso en el bien 1, y el individuo B gasta siempre β en el bien 1; (iii) también la proporción agregada de dotaciones de los dos bienes es $\omega_1/\omega_2 = \theta$. Demuestre que este equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto.

1.4. Ejercicios de Feldman y Serrano

Resolver el ejemplo del libro de Feldman y Serrano, p.40. Ahora resolver el ejercicio 1 (p.46). Resolver el ejemplo del libro de Feldman y Serrano, p.70. Ahora resolver el ejercicio 1 (p.73).

1.5. Ejercicios de Jehle y Reny

Resolver los ejercicios 5.17 y 5.18, p.254, cap. 5 de Jehle y Reny.

1.6. Economía con dos productos y un insumo

- Supongamos un modelo donde $y_1 = f_1(x) = x^a$, $y_2 = f_2(x) = x^b$, $0 < a \leq b < 1$, son las funciones de producción de cada bien.

- Si asumimos que $\bar{x}$ es el total disponible del factor, tal que $x_1 + x_2 \leq \bar{x}$, entonces $f_1(x_1) = x_1^a$, $f_2(\bar{x} - x_1) = (\bar{x} - x_1)^b$. Graficar la frontera de producción: $y_2 = (\bar{x} - y_1^{1/a})^b$. ¿Qué caracteriza la curva en el plano (y_1, y_2)?

1.7. Economía con dos productos y dos insumos

1. Suponga una economía de producción con dos productos (y_1 e y_2) y dos insumos (x_1 y x_2). La cantidad de los insumos está fija, ($\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$). Suponga un conjunto de posibilidades de producción del tipo $(y_1, y_2, -x_1, -x_2) \in \mathbb{R}^4_+$, donde $y_1 = f_1(x_{11}, x_{12}) = A_1 x_{11}^a x_{12}^b$, $a, b > 0$, $y_2 = f_2(x_{21}, x_{22}) = A_2 x_{21}^c x_{22}^d$, $c, d > 0$, son las funciones de producción de cada bien. Graficar la frontera de producción en el plano (y_1, y_2). ¿Qué caracteriza la curva en el plano (y_1, y_2)? En particular determinar condiciones para que la curva tenga pendiente negativa y sea cóncava/convexa.

2. Asumamos ahora dos individuos A y B, con funciones de utilidad Cobb-Douglas, $u_A(y_{A1}, y_{A2}) = y_{A1}^{\alpha} y_{A2}^{1-\alpha}$, con $\alpha > 0$ y $u_B(y_{B1}, y_{B2}) = y_{B1}^{\beta} y_{B2}^{1-\beta}$, con $\beta > 0$. Suponga también una función de bienestar social que pondera a los dos individuos por igual. Evalúe qué forma tienen las curvas de indiferencias sociales. ¿Cómo dependen de α y β?

3. Elija unos valores para A_1, A_2, a, b para que la frontera de producción sea cóncava al origen. Elija también valores para $\alpha \neq \beta$. Encuentre el óptimo social (y_1^* e y_2^*). Si no lo puede resolver analíticamente resuélvalo en forma intuitiva, explicando con gráficos.

4. En base a la teoría que vimos en el curso, ¿qué mecanismo de mercado se podría usar para llegar a este óptimo?

Nota: Si asumimos que (x_1, x_2) es el total disponible de los factores, tal que $x_{1j} + x_{2j} \leq \bar{x}_j$, $j = 1, 2$, tenemos 4 ecuaciones (2 func.prod., 2 suma uso de factores) y 6 incógnitas $(y_1, y_2, x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22})$. La condición adicional sale por usar $RTS_1 = \frac{ax_{12}}{bx_{11}}$ y $RTS_2 = \frac{cx_{22}}{dx_{21}}$. Pensar en una Caja de Edgeworth con isocuantas.

1.8. Ejercicios de Varian

Resolver el ejercicio 18.2 del libro de Varian. Considere el caso de una economía en la que hay dos empresas y dos consumidores. La empresa 1 es en su totalidad propiedad del consumidor 1. Produce cañones a partir de petróleo por medio de la función de producción $g = 2x$. La empresa 2 es enteramente propiedad del consumidor 2; produce mantequilla a partir de petróleo por medio de la función de producción $b = 3x$. Cada uno de los consumidores tiene 10 unidades de petróleo. La función de utilidad del consumidor 1 es $u(g, b) = g^{0,4} b^{0,6}$ y la del consumidor 2 es $u(g, b) = 10 + 0{,}5 ln\ g + 0{,}5 ln\ b$. (a) Halle los precios de los cañones, la mantequilla y el petróleo que vacían el mercado. (b) ¿Cuántos cañones y cuanta mantequilla consume cada persona? (c) ¿Cuánto petróleo utiliza cada empresa?

1.9. Impuesto a las ganancias

Considere una economía con un único individuo representativo. Éste individuo tiene una dotación de 1 unidad de ocio/trabajo, donde denominamos $\ell \in [0, 1]$ al trabajo. La economía tiene un único bien de consumo c producido por una firma con tecnología Cobb-Douglas, $f(\ell) = \ell^\alpha$, $0 < \alpha < 1$, y la firma es propiedad del individuo. La utilidad del individuo también es Cobb-Douglas $u(c, \ell) = (1 - \ell)^\beta c^{1-\beta}$, $0 < \beta < 1$. Suponga un gobierno que desea recaudar una cantidad T, medido en unidades de producto, que no proporciona utilidad al individuo ni afecta a la producción de la firma. (a) Resuelva para el óptimo social dada una cantidad fija T. (b) Resuelva para el equilibrio de Walras si el individuo financia al gobierno a través de un impuesto al salario, donde w es el salario que pagan las firmas y $(1 - \delta)w$, $\delta \in [0, 1]$ es el salario neto que recibe como trabajador tal que δ es la tasa marginal del impuesto. (c) Resuelva para el equilibrio de Walras si la firma financia al gobierno a través de un impuesto al salario, donde w es el salario que recibe el trabajador y $(1 + \eta)w$, $\eta \in [0, 1]$, es el costo laboral para la firma. (d) Resuelva para el equilibrio de Walras si el individuo financia al gobierno a través de un impuesto a las ganancias de la firma, donde π es el beneficio de la firma y $(1 - \tau)\pi$, $\tau \in [0, 1]$, son las ganancias neta de impuestos que recibe el individuo.

1.10. Optimalidad de Pareto en el consumo

Sabemos que una distribución de bienes de consumo es un óptimo de Pareto si estamos en un punto tal que toda resignación posible de bienes que aumenta la utilidad de uno o mas consumidores implica una reducción de por lo menos un consumidor. Se alcanzara un óptimo de Pareto si la utilidad de cada consumidor es máxima, dados los niveles de utilidad de todos los demás consumidores.

Siguiendo la notación del libro utilizado (Henderson, James Mitchell, and Richard E. Quandt. (1971) Microeconomic theory: A mathematical approach.), supongamos que existe solamente dos consumidores cuyas funciones de utilidad son $U_1(q_{11}, q_{12})$ y $U_2(q_{21}, q_{22})$, respectivamente, y dos bienes donde $q_{11} + q_{21} = q_1^0$ y $q_{12} + q_{22} = q_2^0$.

Partiendo de la maximizacion de utilidad de un agente, sujeta a que el otro agente obtiene una utilidad constante (esto es $U_2(q_{12}, q_{22}) = U_2^0$):

$$U_1^* = U_1(q_{11}, q_{12}) + \lambda \left[U_2(q_{12}, q_{22}) - U_2^0\right]$$

Obtenga la condición para la optimalidad de Pareto. Explique que implican.

1.11. Optimalidad de Pareto en la producción

Se requiere que el nivel de output de cada bien de consumo sea máximo dados los niveles de output de todos los bienes de consumo restantes.

Suponiendo que hay dos empresarios que utilizan dos inputs para producir dos bienes utilizando la siguiente función de producción: $q_1 = f_1(x_{11}, x_{12})$ y $q_2 = f_2(x_{21}, x_{22})$, donde $x_{11} + x_{21} = x_1^0$ y $x_{12} + x_{22} = x_2^0$. Se maximizando el output del bien 1 sujeto a la condición de que el output del bien 2 permanece en un nivel fijo q_2^0, es decir, maximizando:

$$L = f_1(x_{11,x_{12}}) + \lambda \left[f_2(x_{21}, x_{22} - q_2^0\right]$$

Obtenga las condiciones para la optimalidad de Pareto en la producción. Explique que implica.

2. Modelo sraffiano

2.1. Modelo con dos mercancías

Consideremos un ejemplo de una economía con dos mercancías básicas, con matriz insumo-producto de Leontief $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}3 & 0{,}1 \end{bmatrix}$, vector de unidades de trabajo por unidad de mercancía $\boldsymbol{\ell} = [4/6 \;\; 2/6]$.

1. Evaluar si $\boldsymbol{A}$ es productiva. Suponga ahora que un grupo de la mafia exige una cantidad ϵ proporcional a cada unidad de insumo de las dos mercancías. A modo de ejemplo, si a_{ij} unidades del bien j se usan como insumo en la producción de i, los requerimientos ahora son $(1+\epsilon)a_{ij}$ para la producción. Evalúe cuál es el máximo ϵ para que la economía siga siendo productiva.

2. Usando el problema original, sin mafia, obtener la máxima tasa de ganancia (R) y un vector de precios asociado a esa tasa. ¿En qué se diferencia del ϵ del punto anterior?

3. Considere ahora una economía con salarios y tasa de ganancia, donde los salarios son parte de la relación de distribución del excedente y se pagan al final del periodo de producción. Grafique la relación precio-ganancia y salarios-ganancia. ¿Qué condiciones deben cumplirse para que la relación sea lineal?

4. Suponga ahora el mismo modelo donde a los trabajadores se les paga un salario en especie, donde la canasta de consumo está dada por $\boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} 0{,}1 \\ 0{,}1 \end{bmatrix}$. Obtenga ahora la tasa de plusvalía y la tasa de ganancia.

2.2. Ejercicios de Woods

Resolver los ejercicios 1,2,3 del cap. 2 de Woods (1990, pp.17-18). Resolver los ejercicios 3, 4, 5 del cap. 4 de Woods (1990, pp.52-53). Resolver los ejercicios 3, 4, 5 del cap. 6 de Woods (1990, p.124).